COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 AVRIL 1878.

PRÉSIDENCE DE M. FIZEAU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

OPTIQUE. — *Deuxième Note sur la vision des couleurs;* par M. E. CHEVREUL.

§ I. — INTRODUCTION.

« Aussitôt que j'eus formulé les lois du *contraste simultané*, du *contraste successif* et du *contraste mixte des couleurs*, je pensai qu'on arriverait à une expression générale précise, qui ne permettrait plus de qualifier d'*accidentelles* des couleurs qui, désormais, se trouvaient subordonnées à des lois.

» Mes recherches étaient effectivement trop multipliées, trop variées et trop précises pour que je ne crusse pas que, dès leur origine, on ne s'empressât de les introduire dans la science; elles concernaient des faits trop communs, trop vulgaires, se reproduisant tous les jours sans exciter ni surprise ni étonnement et sans provoquer la moindre curiosité de la part des maîtres, de l'érudit, de l'interprète de Platon et d'Aristote et du philosophe : aussi, sauf quelques curieux, quelques industriels, elles ne tardèrent pas à subir l'*état latent;* et cependant ces couleurs sont partout, le

poëte les chante, le romancier les décrit avec complaisance dans la maison où se trouve les personnages qu'il met en scène. J'ai été témoin de l'étonnement produit par Quatremère de Quincy, le célèbre secrétaire de l'Académie des Beaux-Arts, lorsqu'il parla de la Torreutique, et lorsque plus tard on s'occupa de l'architecture polychrome, après les travaux du duc de Serra di Falco, de Zanth et d'Hittorf. Mais avant ces faits de l'antiquité, remis de nos jours en lumière par l'érudition, n'y avait-il pas dans la pratique des arts, par exemple en teinture, des faits semblables de couleur, où l'on teignait les étoffes en vert avec l'indigo et la gaude, en violet avec l'indigo et le kermès ou la cochenille? Les mêmes couleurs ne se faisaient-elles pas par des moyens analogues, dans l'enluminure, dans la peinture en bâtiment, aussi bien que dans la peinture qui a illustré les Raphaël, les Tintoret, les Véronèse et tant d'autres?

» Comme conclusion de ce qui précède, je suis fondé à dire qu'il arrive rarement que les phénomènes les plus vulgaires, les plus ordinaires, quand ils ne sont pas liés à des modes, à des enseignements, rapportent des honneurs, de la réputation ou de l'argent, et que les travaux sérieux dont ils ont été l'objet sont souvent comme non avenus; et l'exemple de l'étude *des contrastes de couleur et des faits nombreux qui s'y rattachent* ne sont-ils pas la cause de la Note que j'ai l'honneur de lire en ce moment à l'Académie?

» La vérité des choses m'oblige à dire que l'étude des faits multipliés, dont une explication précise a été donnée pour la première fois, par les lois des trois contrastes, n'a pas cessé de m'occuper depuis ma première publication, faite à l'Académie le 7 d'avril 1828, jusqu'à ce jour. Citons mes principales publications: la loi du *Contraste simultané des couleurs*, 1838; la *Théorie des effets optiques des Étoffes de soie*, en 1846, dont je n'oublierai jamais l'examen si bienveillant que mon excellent confrère, le général Piobert, voulut bien en faire; mes publications sur les travaux de Niepce de Saint-Victor, sur un *Moyen de définir et de nommer les couleurs* (1861), publié dans les *Mémoires de l'Académie*, t. XXXIII.

» Je citerai quelques faits qui sont dans la pratique et susceptibles de s'étendre à des arts fort différents : par exemple, que l'on veuille que des lettres, des dessins *blancs ou gris* sur des fonds colorés quelconques ne paraissent pas de la couleur complémentaire du fond. Il faut mêler *au blanc ou au gris* une quantité convenable de la couleur du fond, afin d'en neutraliser l'effet complémentaire. Tous ces exemples sont reproduits dans l'*Album du contraste des couleurs*, par l'habile industriel M. Eugène

Delicourt. Les deux premières éditions en sont malheureusement épuisées depuis longtemps. C'est l'auteur, si habile dans les arts du papier peint, qui a exécuté les exemples de contraste dont je me suis servi dans mes cours de Paris et dans ceux de Lyon, en 1842 et en 1843.

» Ce procédé, si simple, de neutraliser la couleur complémentaire que des lettres et des dessins, blancs ou gris, reçoivent des fonds de couleur, sur lesquels ils se détachent, je puis, en ce moment, en montrer un exemple remarquable à l'Académie, produit par l'art du tapissier des Gobelins, sous ma direction.

» La difficulté était de reproduire sur une tapisserie fond rose, avec de la soie, l'effet d'une guirlande de fils d'argent destinée à isoler les uns des autres des bouquets de dahlias.

» L'argent fut rejeté à cause de l'inconvénient qu'il a de noircir sous l'influence des vapeurs sulfureuses.

» En outre, un essai montra l'impossibilité de reproduire l'effet de l'argent avec de la soie blanche, mêlée de soie grise, à cause de la teinte verdâtre résultant du *vert*, couleur complémentaire du fond rose.

» C'est alors que je fus chargé de faire exécuter par un artiste tapissier des Gobelins, M. Deyrolle, trois échantillons d'un même modèle représentant des roses et deux *aster*.

» Les fleurs du n° 1, exécutées avec des soies blanches et grises, furent jugées du plus mauvais effet, à cause de leur *couleur verdâtre*.

» Le n° 2, représentant les mêmes fleurs exécutées avec des soies blanches des tons roses inférieurs en ton à la soie du fond et des tons roses rabattus, était incomparablement supérieur au n° 1.

» Le n° 3 réunit l'unanimité des suffrages, et Horace Vernet était au nombre des juges. Les roses avaient été exécutées avec des soies blanches et des tons roses, seulement le ton en était inférieur à celui du fond.

» Leclairc, le peintre en bâtiment si connu par l'organisation de ses ouvriers et par l'emploi du blanc de zinc à l'exclusion de la céruse, n'a jamais cessé de suivre ce procédé dans les enseignes qu'il faisait, lorsque les lettres devaient s'enlever en blanc sur des fonds de couleur.

» Je ne tardai point à croire, après ma conviction acquise de l'exactitude des trois lois du contraste des couleurs, que l'on parviendrait un jour à donner à la cause de ces phénomènes une généralité qu'ils n'avaient pas. Je crus que le progrès partirait de la science mathématique, mais mon espoir ne se réalisa pas. L'homme qui m'encouragea dans la recherche des lois du contraste, Ampère, fut le premier auquel je confiai la *loi du contraste*

simultané, le jour même de ma découverte; mais je ne pus le déterminer à s'occuper d'en découvrir la généralité. Je présume aujourd'hui que son extrême myopie l'en éloigna, sans qu'il se rendît compte de ce que cette disposition de l'œil a de contraire à la perception du contraste simultané: des lunettes sont indispensables même pour les apercevoir. Quant au célèbre géomètre Cauchy, auquel je m'adressai après la mort d'Ampère et avec lequel je n'ai eu que d'excellentes relations, je fus dans l'impossibilité de me faire comprendre; aujourd'hui j'en attribue la cause à ce qu'il ne s'était jamais senti le besoin de se livrer à l'expérience, et qu'il ignorait la disposition de l'esprit indispensable pour triompher de difficultés qui ne sont connues que de ceux qui ont quelque espoir de les surmonter.

§ II.

» Les expériences que j'ai soumises, il y a quinze jours, à l'Académie, et qui ont suivi de dix-huit mois environ la distinction expérimentale du *noir absolu d'avec le noir matériel*, m'ont conduit à examiner la lumière qui nous met en rapport avec les corps dont nous sommes entourés à un point de vue quelque peu différent de celui où je n'avais pas cessé de l'envisager; et c'est alors que mon ancienne pensée sur la généralité dont les contrastes seraient un jour l'objet s'est reproduite à mon souvenir; et aujourd'hui je ne doute plus que ces phénomènes ne se présentent sous une face nouvelle et qu'ils ne se rattachent à une cause plus élevée que les lois qui les régissent actuellement, mais je ne veux pas compromettre la vérité et je ne puis, fort de l'expérience, me passer de son flambeau. L'Académie voudra donc bien attendre de nouvelles Communications à ce sujet : aujourd'hui je me bornerai, dans ce qui va suivre, à quelques considérations à l'appui de ma nouvelle disposition à voir le passé, et je finirai cette Note en exposant des faits positifs bien réellement inattendus et de l'ordre de ceux que je lui ai communiqués il y a quinze jours.

§ III. — Explication du développement de la complémentaire d'une couleur A sur la moitié blanche d'un cercle en mouvement rotatoire, l'autre moitié étant teinte par la couleur A.

» S'il est vrai que les expériences sur les disques rotatifs n'ajoutent rien à la notion précise des lois des trois contrastes, elles ont mis en évidence l'influence inégale des rayons colorés d'une lumière blanche frappant les yeux d'un observateur, après qu'il les a eus fixés un certain temps sur une couleur.

» Je demande à tous les esprits impartiaux s'il est possible de rejeter désormais des faits de vision de couleurs, contrôlés depuis plus de quarante ans au moins par des expériences précises?

» Si le contraste successif et le contraste mixte, tels qu'ils ont été exposés dès cette époque, ne sont pas complétement confirmés par les disques rotatifs dont l'Académie a été témoin il y a quinze jours, peut-on traiter d'*accidentels* les faits où une couleur occupant la moitié d'un cercle, limitée par une ligne diamétrale, fait voir sur l'autre moitié, qui ne réfléchit que de la lumière blanche, sa complémentaire? Et celle-ci est d'ailleurs en accord parfait avec ce qu'elle doit être d'après l'immortel auteur de l'*Optique*, avec les complémentaires données par le *polariscope d'Arago*, et avec les principes adoptés par Biot, Brewster, etc., et encore avec les faits si nombreux et si variés, puisés dans les arts qui parlent aux yeux et qui sont mentionnés dans le livre de la *Loi du contraste simultané des couleurs*, et la plupart figurés par l'habile industriel Eugène Delicourt dans son *Album du contraste*.

» Comment nier que la complémentaire d'une couleur A, qui occupe la moitié d'un cercle blanc, provient de la lumière blanche réfléchie par cette moitié, lorsque, en opérant avec le *noir absolu* comparativement avec le *noir matériel* qui réfléchit de la lumière blanche, comme toutes les surfaces matérielles colorées ou noires, quand les phénomènes cessent avec le *noir absolu*?

» Comment nier, après les expériences qui démontrent le *contraste successif* et le *contraste mixte*, ce que la Science connaît depuis plus de quarante ans, la prédisposition, que donne la vue d'une couleur A à la partie de la rétine où elle se peint, de voir dans le temps suivant la complémentaire de A, et comment ne pas expliquer par cette prédisposition, dans le temps qui suit la vue de la couleur, l'apparition de la complémentaire de cette même couleur? Le fait que la lumière blanche a bien plus d'activité par la complémentaire de A qu'elle n'en a par la couleur A, identique à celle de la moitié colorée, et le fait que la complémentaire vue dans le second temps se comportera à l'instar de la couleur A vue en premier lieu, et ainsi de suite, s'expliquent donc de la manière la plus naturelle.

» A l'appui de cette explication, citons l'expérience capitale que la disposition circulaire de la couleur A de la moitié du cercle rotatif autour de l'axe du mouvement, et de la moitié superficielle blanche circulaire à cette même couleur mise en mouvement autour de l'axe à l'instar du cercle qui est partagé par une ligne diamétrale, ne produit aucun effet comparable à l'effet de ce dernier, par la raison que, dans toute la durée du mouvement,

les mêmes parties de la rétine ne voient que de la couleur A ou du blanc, en raison de leur disposition circulaire.

» A mon sens, il y a, dans le fait capital d'une couleur occupant la moitié d'un cercle rotatif, prédisposant l'œil à voir dans un second temps sa complémentaire, un *fait simple* qui tôt ou tard conduira à rendre compte du *fait double* du contraste simultané de deux couleurs vues en repos.

» Ajoutons que, dans mon interprétation des faits, il n'y a rien d'*occulte*, rien qui ressemble à une *hallucination :* c'est simplement une inégalité d'activité dans les rayons de couleurs différentes, dont la résultante est le blanc pour un œil qui est à l'état normal.

§ IV. — Sur un cercle rotatif, le noir s'est comporté comme un bleu violet foncé : il développe sur la moitié blanche la couleur jaune plus ou moins orangée.

» Je termine cette Note par des observations expérimentales faites depuis ma Communication du 8 d'avril dernier.

» J'ai eu plusieurs fois l'occasion de dire à l'Académie que les teinturiers du XVIIIe siècle, ceux des Gobelins entre autres, qualifiaient le *noir* de *bleu foncé* et le *bleu* de *noir clair*.

» Eh bien, l'expérience des disques rotatifs a justifié ce dicton. En faisant tourner des disques dont les moitiés, limitées par une ligne diamétrale, étaient l'une *noire* et l'autre *blanche*, les autres disques présentaient des moitiés *noire* et *grise*, des moitiés *grise* et *blanche*. J'ai opéré sur du gris de tons divers et de nuances diverses ; les résultats sont trop remarquables pour ne pas les donner avec quelques détails précis, en insistant sur ce que quatre séries d'expériences ont donné des résultats que je considère comme identiques.

Noir de fumée .... Moitié.
Blanc .... Moitié.

1.	Mouvement *rapide*.........	Gris uniforme, ton 10.
2.	» *ralenti*........	Noir. Blanc prenant du *jaune* tirant sur le rouge, lequel croît du 1er ton au 7,5 et même au 8e; le noir est certainement d'un bleu violet noir plus élevé que son norme.

» Mais l'expérience suivante est vraiment bien remarquable ; c'est le résultat obtenu avec le noir de fumée et le gris normal :

Noir de fumée .... Moitié.
Gris normal, ton 10 .... Moitié.

1. Mouvement *rapide*.............. Donne le ton 13 du gris normal.
2. » *ralenti*.............. Donne le jaune-vert, 6e ton.

Preuve que le gris normal 10e ton se comporte comme du bleu avec le jaune développé par la gyration du noir et donne du jaune vert 6e ton non rabattu :

Le gris normal, ton 10.......................... Moitié.
Le blanc.. Moitié.

1. Mouvement *rapide*........ Gris uniforme, ton 6.
2. » *ralenti*........ Moire éclair jaune, ton abaissé à 4. Le blanc devient jaune, le gris pousse au violâtre. Les couleurs se séparent : le gris devient violâtre et le jaune, devenu 3 ton, produit avec lui un très-beau contraste.

Résultats qui donnent une généralité inespérée aux expériences de la première Note. Il me reste à examiner diverses sortes de noir, sous le rapport de la complémentaire jaune plus ou moins orangée. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches relatives à l'action de l'acide oxalique desséché sur les alcools primaires, secondaires et tertiaires;* par MM. **A. Cahours** et **E. Demarçay.**

« Nous avons publié, M. Demarçay et moi, dans le tome LXXXIII de ces *Comptes rendus*, page 688, une Note concernant l'action réciproque de l'acide oxalique et des alcools primaires, dans laquelle nous avons également fait connaître la manière dont se comporte cet acide à l'égard de deux alcools isomères, l'un primaire, l'alcool propylique, l'autre secondaire, l'alcool isopropylique.

» Nous avons fait voir que si, avec ces deux alcools, les choses se passent d'une manière analogue en apparence, il se manifeste toutefois des différences notables lorsqu'on examine les choses comparativement : c'est ainsi qu'en faisant agir un poids déterminé d'acide oxalique sec sur des poids égaux de ces deux alcools, la proportion d'oxalate d'isopropyle formée est toujours inférieure à celle de l'oxalate de propyle. De l'acide oxalique agissant sur un mélange formé de poids égaux des deux alcools précédents fournit de grandes quantités d'oxalate de propyle et de faibles quantités d'oxalate d'isopropyle; cette réaction permet par conséquent de séparer

intacte la majeure partie de l'alcool isopropylique, la saponification de l'oxalate d'isopropyle, qu'il est facile de séparer de son isomère, fournissant le reste.

» Nous avons fait voir également dans cette Note que, dans l'action de l'acide oxalique desséché sur les alcools primaires et secondaires de la série grasse, la formation de l'oxalate était toujours accompagnée de celle du formiate correspondant, dont la proportion atteint son maximum lorsqu'on fait intervenir un excès d'acide oxalique.

» Pour compléter cette étude, nous avons cru devoir examiner l'action de l'acide oxalique sur le premier terme de cette série, l'alcool méthylique, qui, tout en retraçant fidèlement les propriétés des autres termes de la série, présente toutefois en certains points quelques différences, et en second lieu sur un terme assez éloigné dans cette même série, l'alcool octylique primaire, qu'on peut facilement obtenir aujourd'hui par la saponification de l'essence d'*Heracleum spondylium*.

» *Alcool méthylique.* — L'alcool méthylique et l'acide oxalique sec étant employés dans le rapport de 96 du premier pour 90 du second, ce qui correspond à 3 équivalents d'alcool pour 1 d'acide, proportions qui sont les plus favorables pour la production de l'oxalate, on a abandonné les deux substances au contact pendant quelques heures à 50 degrés, puis on a procédé à la distillation.

» De 70 à 135 degrés, rien de particulier ne se manifeste; il passe de l'alcool méthylique aqueux mélangé d'oxalate de méthyle. A 113 degrés, commence un dégagement gazeux qui reste faible et lent jusqu'à 135 degrés. A partir de cette température, il a augmenté très-rapidement. Le rapport entre le volume de l'oxyde de carbone et l'acide carbonique dégagés, restant sensiblement constant de 140 à 155 degrés, éprouve une légère variation entre 155 et 160 degrés. Les gaz, avant d'être recueillis, étaient lavés à l'eau distillée refroidie, dans laquelle nous pûmes constater la présence d'une très-petite quantité de formiate de méthyle. L'oxalate était recueilli dans un récipient refroidi qui précédait le flacon laveur.

» De 160 à 180 degrés, température à laquelle il ne reste plus rien dans la cornue, le thermomètre monte très-rapidement. Entre cette limite de température, il passe un reste d'oxalate de méthyle, ainsi que quelques gouttes d'un liquide qui donne de l'oxamide par son contact avec l'ammoniaque.

» Dans cette opération nous avons recueilli 84 grammes d'oxalate de méthyle parfaitement pur et des eaux mères renfermant une forte proportion de ce produit. De 135 à 150 degrés, le rapport entre les volumes d'oxyde

de carbone et d'acide carbonique a été de 1 à 2 et de 1 à 2,5, de 150 à 160 degrés.

» Nous avons fait une seconde expérience en faisant agir cette fois 64 grammes d'alcool sur 90 grammes d'acide, proportions qui, correspondant à 2 équivalents d'alcool pour 1 d'acide, sont plus favorables que les précédentes à la production du formiate. Cette opération, exécutée dans des conditions analogues à celle que nous venons de décrire, nous a donné des résultats parfaitement semblables. Comme précédemment, nous n'avons recueilli que des traces de formiate. Le rapport de l'oxyde de carbone à l'acide carbonique, dégagé de 135 à 150 degrés, a été de 1 à 1,3 et de 1 à 1,5, de 150 à 165 degrés. Nous avons recueilli un poids total de 92 grammes d'oxalate de méthyle. Quant à la proportion du formiate, elle n'a pas été plus considérable dans cette expérience que dans la précédente, encore bien que nous nous soyons placés dans de bien meilleures conditions pour sa formation.

» *Alcool octylique primaire.* — L'alcool octylique primaire extrait de l'essence d'*Heracleum* nous a fourni les résultats suivants dans son contact avec l'acide oxalique desséché.

» Un mélange de 7 grammes d'acide oxalique sec et de 20 grammes d'alcool, introduit dans une cornue bitubulée, fut soumis à l'action d'une chaleur progressive. Dès le commencement de l'expérience, de l'eau passe à la distillation, entraînant avec elle quelques gouttelettes d'alcool octylique. On n'observe aucun dégagement de gaz. A 290 degrés, il distille seulement quelques gouttes d'alcool dont la proportion n'augmente pas jusqu'à 295 degrés. Le contenu de la cornue étant pesé à cette température donne le poids de $21^{gr},5$. La théorie pour 7 grammes d'acide oxalique donnerait $24^{gr},4$ d'oxalate d'octyle. Le liquide contenu dans la cornue, qui, traité par l'ammoniaque, donne de grandes quantités d'oxamide, ne serait autre que cette substance dont elle présente toutes les réactions.

» A partir de 290 degrés, on observe un dégagement de gaz qui, très-faible à cette température, devient notable à 320 degrés. A partir de ce moment, le thermomètre monte lentement jusqu'à 340 degrés, époque à laquelle il ne reste plus dans la cornue qu'une petite quantité d'une substance noire.

» Le liquide condensé dans le récipient, ajouté à celui qui provenait d'une opération semblable, s'est divisé par fractionnement en deux parties principales, l'une bouillant entre 120 et 140 degrés, la seconde de 190 à 200 degrés. Ces deux produits, après avoir été soigneusement desséchés, ont

été soumis à de nouvelles rectifications. On a finalement obtenu deux portions présentant des caractères parfaitement nets : la première, bouillant de 120 à 125 degrés, présente la composition et les propriétés de l'octylène ; la seconde, qui distille entre 195 et 197 degrés, ne serait autre que du formiate d'octyle. Ce dédoublement fort simple s'explique nettement au moyen de l'équation

$$\underbrace{C^4(C^{16}H^{17})^2O^8}_{\text{Oxalate d'octyle.}} = C^2O^4 + \underbrace{C^{16}H^{16}}_{\text{Octylène.}} + \underbrace{C^2H(C^{16}H^{17})O^4}_{\text{Formiate d'octyle.}}$$

» Nous nous sommes demandé si c'était là un fait isolé et si d'autres oxalates placés dans les mêmes conditions ne fourniraient pas des résultats analogues. A cet effet, nous avons cru devoir opérer sur l'éther oxalamylique. Or cet éther, maintenu pendant quelque temps à une température comprise entre 310 et 320 degrés, s'est dédoublé pareillement, du moins en partie, en acide carbonique amylène et formiate d'amyle.

» *Alcool octylique secondaire.* — Nous avons fait agir comparativement l'acide oxalique sur l'alcool octylique secondaire (méthylhexylcarbinol) obtenu par le procédé de M. Bouis. Un mélange de 25 grammes de cet alcool et de 8 grammes d'acide oxalique sec fut introduit dans une cornue et chauffé progressivement. La température s'élève peu à peu, et bientôt il se condense une petite quantité d'une matière huileuse formée d'alcool octylique inattaqué et d'un peu de formiate d'octyle surnageant un liquide aqueux très-acide. Cette couche se compose d'acide formique aqueux qui, transformé en formiate de plomb, a donné 7 grammes de ce sel, correspondant à plus de la moitié de l'acide oxalique employé. Il se dégage beaucoup de gaz, composé pour $\frac{1}{4}$ d'oxyde de carbone et pour $\frac{3}{4}$ d'acide carbonique.

» Ce qui reste dans la cornue étant soumis à la distillation fournit beaucoup d'alcool inattaqué ; vers 300 degrés, il a passé une petite quantité d'un produit qui a présenté tous les caractères de l'oxalate d'octyle.

» Une seconde expérience, faite avec un mélange formé de 20 parties d'alcool octylique et de 14 d'acide oxalique, correspondant à 1 équivalent d'alcool pour 1 équivalent d'acide, nous a donné des résultats semblables aux précédents ; toutefois nous n'avons pas vu se produire une plus forte proportion de formiate.

» Une troisième expérience, dans laquelle nous avons employé 20 grammes d'un second échantillon d'alcool caprylique d'une pureté parfaite,

pour 8 grammes d'acide oxalique sec, nous a donné une proportion un peu plus forte d'oxalate, soit environ $3^{gr},5$ à 4 grammes, que de nouvelles rectifications tendent à décomposer. La proportion de formiate de plomb que nous avons recueillie s'élevait à $7^{gr},8$, représentant $2^{gr},4$ d'acide formique, c'est-à-dire notablement plus de la moitié de celle qu'aurait dû fournir la proportion d'acide oxalique employé. Ces résultats, qui concordent parfaitement entre eux, sont tous différents, comme on le voit, de ceux que nous a fournis l'alcool primaire. Les différences sont bien plus tranchées qu'entre les alcools propylique et isopropylique, qui sont placés beaucoup plus bas dans la série des alcools de la première famille.

» Pour compléter cette étude, il était intéressant de rechercher de quelle manière les alcools tertiaires se comporteraient avec l'acide oxalique. Nos expériences ont porté sur le triméthylcarbinol, isomère de l'alcool butylique, et sur le diméthyléthylcarbinol, isomère de l'alcool amylique. Tous deux ayant fourni des résultats parfaitement semblables, nous avons pensé qu'il n'était pas nécessaire d'opérer sur d'autres alcools appartenant à ce groupe, leur manière d'être à l'égard de l'acide oxalique servant à caractérisernettement ce mode d'action.

» *Triméthylcarbinol.* — Un mélange de 40 grammes de ce corps et de 24 grammes d'acide oxalique sec introduit dans une cornue et chauffé doucement a commencé à laisser dégager des gaz vers 50 à 60 degrés. Ce dégagement, d'abord lent, s'accélère peu à peu et devient assez vif à 80 degrés. Ce gaz, après avoir passé à travers un vase fortement refroidi, vient barboter dans de l'eau distillée contenue dans un flacon laveur pour se rendre de là dans un vase renfermant du brome qui l'absorbe complétement. Dans le flacon refroidi s'étaient condensées quelques gouttes de triméthylcarbinol qui avaient échappé à la réaction; l'eau du flacon laveur en contenait aussi des traces.

» Le poids du produit bromé, débarrassé de l'excès du brome par la potasse, lavé et séché, s'élevait à 95 grammes, d'où nous avons extrait 52 grammes de bromure de butylène bouillant entre 153 et 155 degrés. Le reste, qui bouillait au-dessus de 200 degrés en se décomposant, consistait en un mélange de bromures bromés. Le vase dans lequel la réaction s'était accomplie renfermait de l'acide oxalique cristallisé, mêlé d'une trace d'un liquide huileux qui présentait les caractères du dibutylène.

» *Diméthyléthylcarbinol.* — Un mélange de 40 grammes de ce produit, qui est isomère de l'alcool amylique, et de 24 grammes d'acide oxalique desséché furent chauffés au bain-marie. La réaction commence à se produire,

comme pour le triméthylcarbinol, entre 50 et 60 degrés et devient assez vive vers 80 degrés. Il se condense dans le récipient, qu'on entoure d'un mélange de glace et de sel, de l'amylène, une petite quantité de carbinol inattaquée et des traces de diamylène. On n'observe aucun dégagement de gaz.

» La cornue renferme de l'acide oxalique cristallisé, mêlé d'une trace d'un liquide huileux, insoluble dans l'eau, dont l'odeur rappelle celle du diamylène.

» L'amylène obtenu dans cette réaction bout entre 35 et 38 degrés. Traité par le brome, il engendre un produit huileux pesant, mélange de bromure d'amylène et de produits bromés supérieurs.

» Dans cette opération comme dans la précédente, l'acide oxalique se dissout d'abord et se dépose ensuite en cristaux.

» L'action de l'acide oxalique sec sur les alcools tertiaires, qui consiste à les scinder en hydrocarbures et en eau qui s'unit à l'acide, établit une distinction des plus nettes entre ces composés et les alcools primaires et secondaires qui, dans ces circonstances, se transforment toujours en oxalates.

» On obtiendrait sans nul doute des résultats semblables aux précédents en faisant agir l'acide oxalique sur les produits désignés sous le nom de *pseudo-alcools*, qui, suivant M. Wurtz, ne seraient autres que des alcools tertiaires. »

GÉOLOGIE. — *Profils géologiques de quelques massifs primitifs des Alpes;* par M. Ch. Lory.

« J'ai l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie quelques profils géologiques de divers massifs primitifs des Alpes, ayant pour objet de faire ressortir l'unité de constitution de ces massifs et la disposition régulière des roches dont ils sont formés.

» La constitution des massifs primitifs des Alpes me paraît avoir été formulée de la manière la plus exacte par Cordier, dans des énoncés très-succincts, dont les conclusions auraient été sans doute plus généralement adoptées si les observations de cet éminent géologue avaient reçu une publication plus complète. Tous les faits que j'ai pu observer m'ont paru concorder pleinement avec ses appréciations.

» Ces données fondamentales peuvent être résumées en quelques mots :

» 1° Absence presque complète de granites massifs en filons, dykes ou amas transversaux, traversant les schistes cristallins : ils ne se montrent

qu'en gisements très-restreints, dont on peut faire abstraction dans l'étude de l'ensemble. Les grandes masses indiquées comme granites sont *stratiformes*, au moins en grand : elles alternent et se lient intimement avec des gneiss et autres roches décidément stratiformes ; elles y sont intercalées en amas contemporains, et non en enclaves résultant d'injection ultérieure; considérées en grand, elles ne sont réellement que des gneiss granitoïdes.

» 2° Succession normale des gneiss, des micaschites et des talcschistes, se liant intimement entre eux, par des passages et des alternances, et contenant des amas concordants d'autres roches subordonnées. Le dernier de ces étages, très-développé dans les Alpes, doit être compris dans un sens très-large, admettant le remplacement du talc par des silicates du groupe des chlorites, par l'amphibole, etc. Il en résulte une grande variété de schistes, tantôt sans feldspath visible, d'autres fois feldspathiques et passant ainsi à des variétés spéciales de gneiss. La protogyne n'est elle-même qu'une roche granitoïde stratiforme, subordonnée à ces gneiss talqueux ou chloriteux, avec lesquels elle alterne et se lie insensiblement.

» Les massifs cristallins de la moitié occidentale des Alpes se répartissent en deux zones principales, qu'on pourrait appeler l'une la *zone du mont Blanc*, s'étendant des Alpes maritimes aux Alpes bernoises, et l'autre, la *zone du mont Rose*, bordant immédiatement la plaine italienne, depuis Saluces jusqu'au lac Majeur.

» Dans cette dernière zone, qui est de beaucoup la plus large, les schistes cristallins me paraissent être restés sensiblement horizontaux jusque après le dépôt des terrains secondaires représentés par le grand système des *schistes gris lustrés*, avec amas de gypse, que je considère comme triasique, et par les *calcaires du Briançonnais*, continuation des calcaires à fossiles liasiques du col des Encombres. Ils ont été disloqués avec ces terrains secondaires, et façonnés en massifs montagneux dont la structure rappelle, avec des dimensions beaucoup plus grandes, le type régulier des chaînes de ploiement du Jura.

» J'ai figuré un exemple très-net de cette stratification dans le massif du Simplon, dont j'ai eu l'avantage de faire une étude, en août dernier, de concert avec MM. Renevier, de Lausanne, et Heim, de Zurich, afin de déterminer la succession des roches qui seraient traversées par le tunnel projeté pour le chemin de fer d'Italie, de Brieg (Valais) à Iselle (Italie). Ce profil met en évidence la superposition et la disposition en demi-voûte régulière des gneiss, plus ou moins granitoïdes, formant les parois des gorges de la Diveria, des micaschistes, avec alternances de calcaire cipolin

au col du Simplon, et de l'étage supérieur composé surtout de schistes chloriteux, avec alternances de schistes amphiboliques dans les cimes du Monte-Leone, etc., et sur le versant nord-ouest de la chaîne.

» Dans la zone du mont Blanc, la structure des massifs alpins paraît au premier abord moins régulière, parce que les schistes cristallins y ont subi des dislocations multiples, d'époques diverses. Ils sont, en général, très-fortement redressés et ont été recouverts, sur leurs tranches, par des dépôts minces et discontinus de trias, puis par une nappe générale de lias et autres étages jurassiques inférieurs. Au contraire, les grès houillers sont, le plus souvent, en stratification parallèle à celle des schistes cristallins. On peut en conclure que le principal redressement de ceux-ci, dans cette zone, a eu lieu entre la période du grès houiller et celle du trias.

» Les mouvements survenus plus tard, après le dépôt du lias, paraissent pouvoir se résumer en un exhaussement général de cette zone, suivi de la dislocation du soubassement des roches anciennes par des failles, et de l'affaissement de la couverture de terrains secondaires dans les dépressions ainsi produites, où leurs couches flexibles sont venues s'entasser en se plissant de la manière la plus compliquée. Les parties du sol primitif, restées ou devenues ainsi les plus saillantes, constituent aujourd'hui les massifs cristallins de cette zone. Mais chacun de ces massifs, isolés entre de profondes dépressions, telles que la vallée de Chamonix ou celle de l'Oisans, et entourés d'une ceinture de terrain jurassique affaissé dans leurs intervalles, ne représente, dans la plupart des cas, qu'un fragment d'une des chaînes primitives, disloquées par les failles plus récentes. Il faut pouvoir faire abstraction de ces failles, de manière à reconstituer le relief du sol primitif, tel qu'il était antérieurement; et l'on retrouve alors une régularité analogue à celle des massifs de la zone du mont Rose.

» Le massif du Pelvoux, auquel se rapporte un de nos profils, est celui qui représente encore le mieux, dans son ensemble, une grande voûte rompue. Sa partie centrale est occupée par des gneiss granitoïdes verticaux, flanqués de gneiss très-micacés et de micaschistes. L'enceinte du cirque est formée, à l'ouest, par des schistes chloriteux, parfois amphiboliques, verticaux; à l'est, par la haute crête qui comprend les principales sommités, et qui est composée de gneiss chloriteux et de grandes assises de protogyne, plongeant uniformément vers l'extérieur du massif. La protogyne est ainsi rejetée tout entière dans l'écorce orientale du massif, et ne se présente que comme une roche subordonnée, dépendant de l'étage des talcschistes.

» Un autre profil, traversant, à l'est de Grenoble, la chaîne des Alpes occidentales et le massif des Grandes-Rousses, en Oisans, montre que ces deux massifs, séparés par la profonde dépression de la vallée de l'Oisans, ne sont, en réalité, que les deux versants disloqués d'une voûte rompue d'une même chaîne de ploiement, découpée plus tard par des failles postérieures au dépôt du lias.

» De même aussi, à l'extrémité nord de la même chaîne des Alpes occidentales, les deux massifs du Brévent et du mont Blanc ne sont séparés l'un de l'autre que par les failles qui ont déterminé l'affaissement du lias dans l'emplacement actuel de la vallée de Chamonix. Ces deux massifs, comme l'a très-bien indiqué Cordier, ne sont que deux parties d'un même ensemble; ce sont deux portions d'une grande chaîne de ploiement, qui était probablement le prolongement de celle des Alpes occidentales. A la partie centrale de cet ancien relief appartient le Brévent, formé de gneiss et de micaschistes, tandis que le mont Blanc, comme la grande crête orientale du massif du Pelvoux, est formé par l'étage supérieur, par les talcschistes et la protogyne, qui leur est subordonnée. Le mont Blanc n'est donc point comparable à une voûte centrale de soulèvement : il n'est que le flanc oriental d'une ancienne chaîne, dont le flanc occidental a disparu complétement sous une épaisse couverture de terrains secondaires. Il ne me paraît même pas impossible que le mont Blanc soit formé par un repli concave, en forme de V très-aigu, de l'étage supérieur des schistes cristallins (talcschistes et protogyne), s'appuyant, à l'ouest, sur les étages inférieurs qui forment le Brévent, et redressé, à l'est, contre une grande faille qui est, comme je l'ai démontré, un des traits les plus fondamentaux de la structure de cette partie des Alpes, et à l'autre bord de laquelle appartient le gneiss talqueux du mont Chétif. Si rien ne s'oppose à cette conception théorique, la structure *en éventail* du mont Blanc se trouverait par là tout expliquée. On n'aurait pas besoin alors de recourir à l'explication que j'en avais proposée, en considérant les pressions latérales qui ont dû s'exercer contre les bases de ce massif culminant, tandis que ses parties supérieures n'en étaient pas affectées : explication que je crois, du reste, applicable à de nombreux cas, lors même qu'elle ne le serait pas à celui du mont Blanc. »

RAPPORTS.

NAVIGATION. — *Rapport sur un Mémoire* de M. Pereira Pinheiro, *premier lieutenant de la Marine brésilienne*, intitulé : « *Memoria sòbre o sondographo* »; par M. le général **Morin**, rapporteur.

« Dans sa Notice sur le sondographe de son invention, M. Pereira Pinheiro fait d'abord connaître les circonstances qui l'ont engagé à rechercher un appareil d'un usage plus prompt, susceptible de fournir des indications plus complètes que la sonde ordinaire, dont les marins font usage. Attaché à une Commission hydrographique, chargée d'étudier le régime des eaux des fleuves du sud de l'Empire et celui du Prata, il avait été, comme tous ceux qui naviguent sur ces fleuves torrentueux, frappé des difficultés qui résultent du mouvement continuel de leur fond et des atterrissements variables produits par la rapidité des courants.

» Après avoir étudié péniblement, la sonde à la main, l'état du lit des nombreux canaux qui se partagent ces eaux, M. Pinheiro s'attacha à la recherche d'un instrument qui lui permît de faire la reconnaissance plus exacte, plus complète des bancs et des atterrissements, qui, trop souvent, forment des barres difficiles à franchir et dangereuses pour les bateaux à vapeur, dans ces fonds sablonneux ou limoneux.

» L'appareil qu'il a imaginé à cet effet n'est donc pas destiné à la reconnaissance des fonds rocheux, brusquement accidentés, que présentent les abords des côtes, mais seulement ceux dont les formes plus ou moins ondulées permettent d'obtenir des indications continues.

» Après avoir indiqué ainsi les conditions limitées auxquelles l'instrument doit satisfaire, il nous est facile d'en faire comprendre en peu de mots la disposition.

» Il se compose de deux parties principales : l'une appelée *indicateur*, qui fait connaître les dénivellations du fond ; l'autre nommée *enregistreur*, qui en fournit un tracé graphique.

» L'indicateur est formé par une tige en bois, munie à son extrémité inférieure d'un galet creux, qui roule sur le fond et peut en recueillir des fragments, pour permettre d'en reconnaître la composition géologique.

» Cette tige est articulée à son extrémité supérieure autour d'un axe horizontal, qui porte un arc gradué destiné à faire connaître les diverses inclinaisons qu'elle prend pour des dénivellations donnés du fond, lesquelles dépendent des sinus verses de ces angles.

» Sur le même axe est une roue dentée, qui, par un pignon et un excentrique, communique un mouvement rectiligne à un style, lequel trace sur une bande de papier mise en mouvement par un moteur chronométrique une courbe continue, qui donne ainsi la relation graphique des dénivellations du fond et des temps de la marche.

» Comme on a, par les observations facilitées par des mesures ou par un jalonnage direct des rives, la loi de la marche du navire, il est facile de déduire du tracé obtenu la relation des dénivellations du fond et des longueurs correspondantes.

» Ce genre d'observations est analogue à celui que l'on a employé pour les expériences dynamométriques sur les canaux ou sur les chemins de fer.

» On voit, par cette description succincte, que le sondographe de M. Pereira Pinheiro peut être très-utilement employé à l'étude hydrographique des fleuves, des atterrissements et des barres qui se forment sur leurs cours et à leur embouchure.

» Les résultats des expériences exécutées en présence de S. M. l'Empereur Don Pedro, de S. Exc. le Ministre de la Marine, M. Antonio-Pereira Franco, et de plusieurs officiers de la Marine brésilienne ont confirmé les espérances fondées sur l'usage de cet ingénieux instrument, que nous avons cru utile de faire connaître aux ingénieurs qui s'occupent de l'hydrographie des fleuves.

» En conséquence, on propose à l'Académie d'adresser ses remercîments à son illustre Associé S. M. Don Pedro II, pour la Communication qu'Elle lui a faite de l'intéressant Mémoire de M. le Lieutenant de la Marine brésilienne Pereira Pinheiro, et de faire parvenir à cet officier une expédition de ce Rapport. »

Les conclusions de ce Rapport sont mises aux voix et adoptées.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

PHYSIQUE. — *Influence des termes proportionnels au carré des écarts, dans le mouvement oscillatoire de la balance de torsion.* Note de MM. **A. Cornu** et **J.-B. Baille.**

(Renvoi à la Section de Physique.)

« Le levier de la balance de torsion est soumis, pendant ses oscillations, à un système de forces dont le moment est une fonction $\varphi(\omega_0 + \omega)$ déve-

loppable par la formule de Taylor, suivant les puissances croissantes de l'angle ω que fait, à l'instant t, le levier avec sa position d'équilibre ω_0. L'équation différentielle du mouvement, en y comprenant le moment de résistance du milieu, et remarquant que $\varphi(\omega_0) = 0$, est évidemment

$$\mu \frac{d^2\omega}{at^2} = -\mathrm{H}\frac{d\omega}{dt} + \omega\,\varphi'(\omega_0) + \frac{\omega^2}{1.2}\varphi''(\omega_0) + \frac{\omega^3}{1.2.3}\varphi'''(\omega_0) + \ldots.$$

» Si les oscillations sont infiniment petites, on peut négliger dans le développement les termes contenant les puissances de ω supérieures à la première : l'équation se réduit alors à l'équation linéaire et à coefficients constants que nous avons étudiée en détail (p. 573), dans le cas où le levier n'était soumis qu'au couple de torsion, rigoureusement proportionnel à l'écart et à la résistance du milieu.

» Or, pratiquement, on ne peut pas observer d'oscillations infiniment petites; on est donc obligé, non-seulement pour la facilité des mesures, mais encore pour l'élimination des perturbations accidentelles, d'adopter des amplitudes d'une certaine étendue. A quelle condition peut-on reconnaître que les oscillations sont assez petites pour que la loi du mouvement ne dépende que de la première puissance de l'écart et non des puissances supérieures? Telle est la question qui se présente inévitablement dans toutes les mesures précises fondées sur l'emploi des oscillations.

» Si la fonction φ était suffisamment définie, on pourrait déterminer à l'avance, en vue d'une approximation donnée, l'amplitude limite des oscillations; mais, en général, l'intervention de forces perturbatrices, agissant suivant des lois inconnues, rend illusoire la connaissance approchée de cette fonction et empêche de fixer *a priori* cette limite d'amplitude.

» Nous allons montrer que, dans ces circonstances, l'observation elle-même révèle l'existence de la perturbation et donne la mesure de son effet.

» L'analyse des conditions expérimentales montre aisément que l'influence des termes contenant les puissances impaires de l'écart est moins grave que celle des puissances paires, par suite des compensations qu'amène leur changement de signe de part et d'autre de la position d'équilibre.

» Quant aux puissances paires, qui ne changent pas de signe, leur influence est à redouter, à cause des erreurs systématiques qu'elles entraînent inévitablement. Nous nous bornerons ici à examiner l'influence du pre-

mier des termes d'ordre pair, du terme en ω^2, qui, dans la plupart des cas, jouera le rôle prédominant. Mais la méthode que nous avons employée dans cette étude est générale et s'appliquerait à un terme isolé ou à un ensemble d'ordre quelconque. L'équation différentielle du mouvement se réduit à la forme

$$\frac{d^2\omega}{dt^2} + h\frac{d\omega}{dt} + s\omega = w\omega^2.$$

» La valeur du coefficient w est, comme celle des deux autres h et s, inconnue *a priori* : on sait toutefois qu'elle est très-petite, puisque le terme $w\omega^2$ représente une perturbation.

» Cette équation s'intègre par approximations successives. Dans le cas actuel, l'intégrale est déjà assez complexe; mais elle se simplifie beaucoup si l'on néglige le carré h^2 du coefficient de la résistance de l'air dans le terme de correction ; elle devient alors

$$\omega = \mathrm{A}e^{-\alpha t}\sin 2\pi\frac{t-t_0}{\mathrm{T}} + \frac{w\,\mathrm{A}^2 e^{-2\alpha t}}{3s}\left[1 + \cos^2 2\pi\frac{t-t_0}{\mathrm{T}}\right],$$

avec $\alpha = \frac{h}{2}$, $\frac{2\pi}{\mathrm{T}} = \sqrt{s-\alpha^2}$.

» Le mouvement troublé peut donc être considéré comme la superposition de deux mouvements : le premier est l'oscillation à amplitudes décroissantes, déjà étudiée (p. 573), autour d'une position d'équilibre $\omega = 0$; le second est le déplacement périodique de cette position d'équilibre considérée comme mobile par le fait de la perturbation. La période de ce déplacement est en réalité la moitié de celle du premier mouvement, de sorte qu'à chaque demi-oscillation l'effet de la perturbation redevient sensiblement le même ; le minimum et le maximum de la parenthèse sont respectivement 1 et 2 : ils correspondent à très-peu près aux époques des élongations et à celles du milieu de l'oscillation.

» La discussion de cette formule conduit aisément aux conclusions suivantes, qui répondent à la question posée au début :

» 1° *Dans les mouvements oscillatoires produits sous l'influence de forces proportionnelles aux écarts avec la position d'équilibre et d'une résistance proportionnelle à la vitesse, l'influence de forces perturbatrices proportionnelles aux carrés des écarts se révèle, dans les grandes amplitudes, par les caractères suivants :*

» *La position moyenne* ω_1, *déduite de l'observation des élongations* [1], *ne*

---

[1] C'est le point de l'oscillation qui partage la distance de deux élongations successives

coïncide pas avec la position moyenne ω_2, *déduite des observations de temps dans le voisinage du milieu de l'oscillation* [1], *comme cela a lieu lorsque la perturbation est négligeable.*

» 2° *Ni l'une ni l'autre de ces positions moyennes* ω_1, ω_2 *ne représente la position d'équilibre, c'est-à-dire celle que prendrait le corps oscillant au repos sous l'influence des mêmes forces : l'une* ω_1 *est en erreur de* $\frac{\varpi A^2 e^{-2\alpha t}}{3s}$, *l'autre* ω_2 *d'une quantité double. La différence* $\omega_2 - \omega_1$ *donne donc la mesure de l'erreur.*

» 3° *On obtient la position réelle d'équilibre* ω_0 *en prenant la position symétrique de* ω_2 *par rapport à* ω_1.

» 4° *La valeur de la période d'oscillation déduite des observations de temps, soit aux élongations, soit dans le voisinage du milieu de l'oscillation, est la même; elle n'est pas sensiblement altérée par la grandeur des amplitudes.*

» C'est dans nos recherches sur la densité moyenne de la Terre que nous avons été conduits à ces résultats, dont l'importance et la généralité n'échapperont à personne. Grâce aux dispositions nouvelles de nos appareils, si favorables à la précision des mesures, en particulier à l'enregistrement électrique de la loi du mouvement du levier, nous avons pu vérifier directement ces résultats en introduisant des forces auxiliaires qui exagéraient l'influence des termes d'ordre supérieur (série des boules de fer); mais les limites imposées à cette Note ne nous permettent de donner aujourd'hui aucun résultat numérique à ce sujet. »

PHYSIQUE. — *Sur le givre produit par capillarité et évaporation, à propos d'une Communication récente de M.* Tanret. Note de M. C. **Decharme.**

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

« Dans une Note récente sur un hydrate d'éther [2], M. Tanret parle, comme d'un fait nouveau, de la production du givre par l'évaporation de l'éther sur du papier à filtre. L'auteur a analysé ce givre et admet que c'est un hydrate d'éther.

» Dans plusieurs Communications que j'ai eu l'honneur d'adresser à

---

dans le rapport de 1 à z, z étant la raison de la progression géométrique décroissante des amplitudes (p. 572), laquelle n'est pas sensiblement altérée par la perturbation actuelle.

[1] C'est le point de l'oscillation auquel trois passages successifs ont lieu à des intervalles égaux.

[2] *Comptes rendus*, séance du 25 mars dernier (p. 76 de ce volume).

l'Académie, en 1873, sur les *effets frigorifiques produits par la capillarité jointe à l'évaporation* [1], j'ai signalé la formation du givre sur les papiers spongieux ou autre substance poreuse, dont l'extrémité inférieure plongeait dans le sulfure de carbone, dans des éthers ou dans divers autres liquides très-volatils.

» Après avoir décrit le mode de formation de ce givre, provenant de la vapeur d'eau atmosphérique, j'ai constaté qu'en le produisant sur un thermomètre très-sensible il en abaissait la température parfois jusqu'à — 17 degrés, mais qu'il fondait toujours à zéro, quel que fût le liquide volatil déterminant les arborisations glacées, pourvu qu'on laissât à ce liquide (visible au microscope sur les arborescences, de la base au sommet) le temps de s'évaporer complétement; d'où il suit que ce givre serait de nature purement aqueuse [2].

» Si le givre produit par l'éther, dans les conditions précitées, constitue un hydrate (qui serait toutefois d'une grande instabilité), il faudra admettre probablement autant d'hydrates particuliers pour chacun des nombreux liquides volatils sur lesquels j'ai expérimenté, ou que j'ai signalés comme produisant des effets analogues : ce qui est au moins contestable. En tout cas, je crois avoir été le premier à signaler la production de ce givre par capillarité et évaporation. »

M. H. Gaiffe soumet au jugement de l'Académie une « romaine manométrique de sûreté », pour les machines à vapeur fixes et les locomotives.

L'appareil, monté sur pivots d'acier trempé, est mis en rapport avec un piston ayant 10 millimètres carrés de surface. Il a été expérimenté avec des curseurs de poids connus et variables : on a pu constater qu'il indique avec précision la pression dans la chaudière. Il a l'avantage de pouvoir être contrôlé par l'administration, comme le sont les poids et mesures, avantages que ne présente pas le manomètre de Bourdon.

A la romaine est annexé un sifflet d'alarme, communiquant avec une boîte à soupape, par une bielle graduée comme le cadran de la romaine.

(Commissaires : MM. Desains, Rolland, Tresca.)

---

[1] *Comptes rendus*, t. LXXVII, 3 et 17 novembre 1873, p. 998 et 1157. — *Ibid.*, 9 mars 1874, p. 696.

[2] A l'appui de cette conclusion, j'ai apporté d'autres preuves de diverses sortes, décrites dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. III, p. 417; octobre 1874.

MM. **Favre** et **Valson** adressent un Mémoire contenant l'ensemble de leurs recherches sur la dissociation cristalline.

(Commissaires : MM. Dumas, H. Sainte-Claire Deville, Daubrée, Debray.)

M. **P. Boone**, M. **Ramel**, M. **Forgerie**, M. **Ch. Roux** adressent diverses Communications relatives au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° « Un Cours d'Analyse infinitésimale », de M. *Ph. Gilbert*, et diverses brochures mathématiques du même auteur;

2° Des « Remarques au sujet de la faune des îles Saint-Paul et Amsterdam (Océan Indien), suivies d'une description des Mollusques testacés de ces deux îles », par M. *Ch. Vélain*.

La **Société des Gens de Lettres** de France informe l'Académie qu'elle a pris l'initiative d'un Congrès littéraire international, qui se tiendra à Paris pendant l'Exposition universelle.

Le **Bureau nautique-météorologique**, en voie d'organisation à Stockholm, sollicite la faveur d'entrer en relation avec l'Académie, par un échange de publications.

(Renvoi à la Commission administrative.)

M. **Dumas** communique à l'Académie une lettre par laquelle M. *N. Lockyer* fait savoir que MM. Ismay, Imrie et C°, propriétaires de la ligne de steamers *White Star* entre l'Angleterre et l'Amérique, offrent de transporter chacun des astronomes français qui ont l'intention d'observer la prochaine éclipse en Amérique, moyennant la somme de 20 livres sterling, aller et retour, somme qui est moindre que le prix d'un seul voyage.

M. **H. Sainte-Claire Deville** donne connaissance à l'Académie d'une Lettre par laquelle M. *André* lui apprend que les missionnaires du Ministère

de l'Instruction publique et de la Commission académique, pour l'observation du passage de Mercure à Ogden, territoire d'Utah, sont arrivés heureusement au terme de leur voyage.

Après avoir été traités avec une très-grande libéralité par la Compagnie française transatlantique, ils ont obtenu à New-York l'entrée, en franchise de droits, de tous leurs instruments, le libre parcours sur tous les chemins de fer qui devaient les amener à Ogden et qui doivent les ramener à New-York.

Enfin le gouvernement de Washington a mis à leur disposition l'Observatoire presque achevé d'Ogden, muni d'une salle méridienne et d'une coupole, en prescrivant qu'on leur fournisse gratuitement tous les objets dont ils peuvent avoir besoin pour leurs observations.

Un fil télégraphique, de Washington à Ogden, leur donnera l'heure toutes les fois qu'ils la réclameront; enfin les instruments photographiques qui ont servi à l'expédition américaine de Vénus leur ont été confiés par l'observatoire de Washington, afin qu'ils puissent les comparer à ceux qu'ils ont emportés eux-mêmes.

Il suffit de publier tous ces détails pour que la gratitude de tous les savants soit acquise à de pareils actes de confraternité scientifique.

ASTRONOMIE. — *Observations de la planète* (186), *faites à l'équatorial du jardin de l'Observatoire de Paris,* par MM. **Paul** et **Prosper Henry**; communiquées par M. Yvon Villarceau.

Dates. 1878.	Temps moyen de Paris.	Ascension droite.	log (par. × Δ)	Distance polaire.	log (par. × Δ)	Étoiles de comp.
	h m s	h m s		° ′ ″		
Avril 6	9 39 36	12 45 15,56	— ($\bar{1}$,313)	94 39 1,6	— (0,850)	*a*
7	10 6 25	12 44 7,51	— ($\bar{1}$,195)	94 37 25,7	— (0,852)	*a*
11	12 9 12	12 39 38,15	+ ($\bar{2}$,931)	94 31 19,5	— (0,853)	*b*

Positions des étoiles de comparaison pour 1878,0.

Nom de l'étoile.	Ascension droite.	Réduction au jour.	Distance polaire.	Réduction au jour.
	h m s	s	° ′ ″	″
a 707 Weisse, H. XII	12 42 51,05	+ 2,66	94 46 36,9	+ 18,6
b 634 » H. XII	12 38 44,06	+ 2,68	94 36 10,0	+ 18,6

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations des taches et des protubérances solaires, pendant le premier trimestre de* 1878. Lettre du P. TACCHINI à M. le Président.

« J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie quelques résultats des observations solaires que j'ai faites pendant le premier trimestre de 1878. Le nombre des jours d'observation a été seulement de 42; les taches ont été très-rares et très-peu étendues; dans l'intervalle compris entre le 10 février et le 2 mars, nous n'avons observé aucune tache ni trous; au contraire, la granulation a été splendide. Pour donner une idée de la diminution du phénomène, nous indiquons ci-après, par trimestre, la fréquence des taches, des jours sans taches et des groupes, déduite de nos observations depuis janvier 1877 jusqu'au mois de mars 1878.

		Fréquence		
		des taches.	des jours sans taches.	des groupes.
1877.	1er trimestre......	6,75	0,34	1,50
	2e »	6,02	0,21	1,19
	3e »	3,62	0,45	0,69
	4e »	2,66	0,59	0,50
1878.	1er »	2,50	0,60	0,51

» Le nombre des taches a donc toujours diminué, tandis que celui des jours sans taches présente un maximum au commencement de cette année. Le minimum des taches solaires semble donc jusqu'ici tomber, non pas en 1877, mais en 1878. En avril, jusqu'à ce matin, les taches ont même fait toujours défaut.

» Quant aux protubérances solaires, le nombre en a été également très-petit : il est, en moyenne, de 2,1 par jour, avec une hauteur d'une demi-minute; elles occupent seulement 3°,5 du bord solaire. La distribution des protubérances, par latitude héliocentrique, est la suivante :

Latitude		Nombre des protubérances.
+90	+60	6
+60	+30	23
+30	0	5
0	−30	8
−30	−60	22
−60	−90	3

Les protubérances s'étendent donc sur une large zone, mais avec cette particularité des deux maxima caractéristiques en dehors des zones royales des taches, c'est-à-dire entre les parallèles de 30 et 60 degrés dans les deux hémisphères. La plus grande partie des protubérances avait un faible éclat; c'est la structure nébuleuse qui était dominante. Pas d'éruptions métalliques isolées : une fois seulement, le 2 mars, nous avons observé un spectre métallique assez limité, à l'endroit de certaines langues très-vives, chromosphériques, qui annonçaient l'arrivée d'un groupe de facules avec une petite tache, visibles le jour suivant.

» On pourrait se demander si le minimum d'activité solaire correspond au minimum des taches; pour répondre à cette question, il est nécessaire d'exécuter encore d'autres observations spectroscopiques du bord solaire. »

ASTRONOMIE. — *Sur les observations de Mercure, faites à la fin du siècle dernier par* Vidal, *à Mirepoix.* Note de M. G. Bigourdan.

« Dans le calcul de ses *Tables de Mercure,* M. Le Verrier n'a employé, avec les passages sur le Soleil, que des observations méridiennes faites après 1800. Il était dès lors intéressant de savoir comment ces Tables représentent les observations antérieures, et c'est pour cela que j'en ai réduit un certain nombre.

» Les observations de Mercure ne devinrent un peu nombreuses qu'à la fin du siècle dernier; Lalande, qui en avait besoin pour ses Tables, les recommandait à ses correspondants, et sous son impulsion divers astronomes s'attachèrent à observer cette planète si difficile à voir. Le plus célèbre d'entre eux fut Vidal, qui est resté jusqu'ici le plus heureux observateur de Mercure. Il résida successivement à Mirepoix, dans l'Ariége, et à Toulouse, dont il dirigea l'Observatoire pendant quelques années; à ce dernier titre, ses observations avaient pour moi de l'intérêt; celles qu'il a faites de Mercure sont d'ailleurs très-propres à mettre en évidence les erreurs des Tables, parce qu'il voyait cette planète presque tous les jours et l'observait souvent pendant la durée d'une même révolution. Aussi les observations que j'ai comparées aux Tables ont été choisies parmi celles de Vidal.

» C'est en 1798 que ce célèbre *Hermophile,* comme l'appelait Lalande, a le plus observé Mercure : du 2 février au 20 septembre de cette année, en 230 jours, il fit 102 observations méridiennes de cette planète, c'est-à-

dire plus qu'on n'en fait encore aujourd'hui en cinq ans (de 1860 à 1865) à l'Observatoire de Paris ou à celui de Greenwich. A cette époque il en avait fait à lui seul « plus que tous les autres astronomes de l'univers, anciens et » modernes, réunis ensemble ([1]) ». Et ce qui est plus remarquable encore, c'est que beaucoup ont été faites (avec une petite lunette de $0^{m},055$ d'ouverture) quand Mercure se trouvait à côté du Soleil : il pouvait l'observer tous les jours quand il passait à sa conjonction supérieure, et une fois, le 6 avril 1798, il vit cette planète à une distance du Soleil moindre qu'une fois et demie le diamètre de cet astre, « ce qui n'était jamais arrivé », dit Lalande ; et il ne paraît pas que cela se soit renouvelé depuis.

» Les observations que j'ai réduites, au nombre de 100 pour le Soleil et d'autant pour Mercure, se trouvent dans les *Additions à la Connaissance des Temps* pour l'an X, p. 352; elles furent faites à Mirepoix en 1798, avec une lunette méridienne longue de 1 mètre, ayant $0^{m},055$ d'ouverture utile et un quart de cercle mobile d'un mètre de rayon.

» *Corrections des Tables du Soleil en ascension droite.* — Les nombres suivants, exprimés en secondes de temps, sont chacun la moyenne des corrections fournies par plusieurs observations, de 4 à 10, et choisies aussi rapprochées que possible; les plus éloignées de celles qui concourent à former une même moyenne sont distantes au plus de douze jours.

			Corrections moyennes des Tables du Soleil.
			s
1798.	Février	6	−0,09
	»	28	−0,01
	Mars	10	+0,29
	Avril	8	+0,03
	»	25	−0,04
	Mai	6	+0,23
	Juin	24	−0,06
	Juillet	13	+0,18
	»	31	+0,21
	Août	10	+0,03
	»	20	−0,07
	»	27	+0,12
	Sept.	17	+0,01

» Dans l'ensemble, les corrections positives l'emportent de bien peu, et l'on peut dire que les observations faites par Vidal en 1798 n'indiquent

([1]) Lalande, *Histoire de l'Astronomie pour* 1798.

aucune correction pour les Tables du Soleil de M. Le Verrier, dont l'exactitude se trouve ainsi vérifiée une fois de plus.

» *Corrections des Tables de Mercure en ascension droite.* — A cause de la rapidité du mouvement de la planète, je n'ai fait concourir à chacune des moyennes suivantes que des observations éloignées de cinq jours au plus:

			Corrections moyennes des Tables de Mercure.
			s
1798.	Février	8	+0,30
	»	27	+0,17
	Mars	4	+0,23
	»	10	+0,42
	Avril	5	+0,18
	»	12	+0,15
	»	23	+0,15
	Mai	7	−0,08
	Juillet	9	+0,20
	»	19	+0,06
	»	29	+0,09
	Août	2	−0,11
	»	8	+0,20
	»	12	+0,15
	»	20	+0,18
	»	25	+0,11
	»	29	+0,01
	Sept.	15	−0,11
	»	19	−0,04

» Quoique les corrections soient généralement positives, on voit que les Tables représentent bien les observations. Il résulte en outre de là que Vidal observait avec toute la précision qu'on peut attendre des moyens dont il disposait. »

M. d'Abbadie, en présentant cette Note à l'Académie, de la part de M. *Tisserand*, fait remarquer que cette comparaison d'observations, effectuées il y a quatre-vingts ans, montre assez comment on peut rendre des services à l'Astronomie de précision, même avec des instruments de dimensions très-restreintes.

M. d'Abbadie annonce ensuite, de la part de M. *Radau*, que la Note de M. Makarevitsch (voir p. 822 ci-dessus) lui semble renfermer une erreur. Son raisonnement repose sur la supposition que le facteur a, valeur

moyenne d'une certaine fonction de l'altitude, est un coefficient météorologique, c'est-à-dire une constante indépendante de l'apozénith z. Il est facile de s'assurer du contraire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *De l'emploi des solutions particulières algébriques dans l'intégration des systèmes d'équations différentielles algébriques.* Note de M. G. **Darboux**.

« Dans une Communication récente, j'ai énoncé quelques propositions relatives à l'emploi que l'on peut faire des solutions particulières d'une équation différentielle du premier ordre et du premier degré pour trouver l'intégrale générale. Cette proposition s'étend évidemment à tous les systèmes d'équations différentielles du premier ordre et par conséquent à tous les systèmes possibles d'équations différentielles. Je me propose de donner aujourd'hui quelques détails sur le cas général.

» Considérons un système d'équations différentielles algébriques de la forme

$$\frac{dx_1}{L_1} = \frac{dx_2}{L_2} = \ldots = \frac{dx_n}{L_n}. \tag{1}$$

On peut toujours supposer que $L_1, L_2, \ldots, L_n$ soient des polynômes algébriques, dont je désignerai le degré par m. Toute intégrale

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \alpha$$

devra satisfaire identiquement à l'équation

$$L_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + L_2 \frac{\partial f}{\partial x_2} + \ldots + L_n \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0. \tag{2}$$

J'appellerai de telles intégrales *intégrales générales* et je réserverai le nom d'*intégrale particulière* à toute relation

$$\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \tag{3}$$

caractérisée par la propriété suivante :

» *Si $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sont assujettis à vérifier l'équation différentielle et que leurs valeurs initiales $x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0$ satisfassent à la relation* (3), *toutes les valeurs simultanées que ces variables pourront prendre satisferont, comme les valeurs initiales, à la même relation.* Par exemple, si l'on considère trois variables

seulement, x, y, z, une intégrale particulière représentera une surface engendrée par une série quelconque de courbes satisfaisant aux équations différentielles correspondantes.

» Toute intégrale particulière algébrique satisfera à la relation

$$(4) \qquad L_1 \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \ldots + L_n \frac{\partial\varphi}{\partial x} = K\varphi,$$

où K sera un polynôme d'ordre $m - 1$. Cette équation est fondamentale dans cette théorie et conduit aux mêmes conséquences que l'équation analogue de ma première Communication.

» En particulier, on obtient les théorèmes suivants :

» *Si l'on connaît* $\frac{m(m+1)\ldots(m+n-1)}{1.2\ldots n} = M_n$ *intégrales particulières algébriques de système* (1), *on pourra trouver le multiplicateur du système.*

» *Si l'on connaît* $M_n + r$ *intégrales particulières algébriques du même système, on pourra en déterminer le multiplicateur et* r *intégrales générales.*

» *Si l'on connaît* $M_n + n - 1 = q$ *intégrales particulières algébriques* $u_1, \ldots u_q$, *on pourra effectuer l'intégration complète. Les intégrales se présenteront sous la forme suivante :*

$$(5) \qquad \begin{cases} u_1^{\alpha_1} u_2^{\alpha_2} \ldots u_q^{\alpha_q} = C_1, \\ u_1^{\beta_1} u_1^{\beta_2} \ldots u_q^{\beta} = C_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ u_1^{\lambda_1} u_2^{\lambda_2} \ldots u_q^{\lambda_q} = C_{n-1}. \end{cases}$$

» Prenons, par exemple, le cas où $L_1, \ldots, L_n$ sont des fonctions linéaires; on trouvera facilement n intégrales particulières de la forme

$$X_k = A_k^1 x_1 + A_k^2 x_2 + \ldots + A_k^n x_n + B_k = 0,$$

et les intégrales générales seront

$$X_1 X_2^{\alpha_2} = C_1, \quad \ldots, \quad X_1 X_n^{\alpha_n} = C_{n-1}.$$

Réciproquement, on peut obtenir aisément le degré des polynômes L_i dans les équations différentielles de tout système de la forme (5); on trouve que, si $h_1, h_2, \ldots, h_q$ sont des degrés de $u_1, \ldots, u_q$, le degré m des polynômes L est au plus égal à

$$m = h_1 + h_2 + \ldots + h_q - n + 1.$$

Il suit de cette remarque que l'on obtient tout de suite un certain nombre de formes possibles des intégrales pour tous les systèmes d'équations différentielles appartenant à un degré déterminé m.

» Par exemple, si $m = 2$, on aura autant de types d'intégrales qu'il y a de manières de résoudre en nombres entiers positifs l'équation

$$h_1 + h_2 + \ldots + h_q = n + 1.$$

» Les remarques précédentes subsistent encore quand on considère le système (1) en supposant que les variables $x_1, \ldots, x_n$ soient liées par une relation déterminée; et, comme on a alors le système d'équations différentielles algébriques auquel on peut ramener tous les autres, on voit que les propositions précédentes s'appliquent à toute équation différentielle algébrique ou à tout système d'équations différentielles algébriques d'ordre quelconque. Mais il y a quelques explications à donner sur ce que l'on doit appeler une intégrale particulière. Je reviendrai sur ce sujet, si l'Académie veut bien le permettre, dans une autre occasion. »

ANALYSE. — *Sur une proposition de Didon*. Note de M. ESCARY.

« Dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (2e série, t. XI, p. 96), Didon a publié, sans démonstration, l'identité suivante :

$$(1)\left\{\begin{aligned}&[1-2(a+b+c+\ldots)x+(a+b+c+\ldots)(aA^2+bB^2+cC^2+\ldots)]^{-\frac{1}{2}}\\&\quad=\sum\sum\sum\ldots\frac{a^\alpha b^\beta c^\gamma\ldots}{2^{\alpha+\beta+\gamma+\ldots}\alpha!\beta!\gamma!\ldots}\,\frac{d^{\alpha+\beta+\gamma}(x^2-A^2)^\alpha(x^2-B^2)^\beta(x^2-C^2)^\gamma\ldots}{dx^{\alpha+\beta+\gamma+\ldots}},\end{aligned}\right.$$

dans laquelle on a

$$\alpha + \beta + \gamma + \ldots = n.$$

» La démonstration de cette identité s'obtient d'ailleurs sur-le-champ, par le développement, au moyen de la formule de Lagrange, de la plus petite des racines de l'équation du second degré

$$u = x + \frac{a}{2}(u^2 - A^2) + \frac{b}{2}(u^2 - B^2) + \frac{c}{2}(u^2 - C^2) + \ldots.$$

» Comme on le voit, cette identité présente une grande indétermination, en ce sens que les paramètres $a, b, c, \ldots; A, B, C, \ldots$ sont absolument arbitraires.

» On doit donc toujours pouvoir disposer de ces paramètres de façon que la série du second membre de l'égalité (1) soit convergente.

» En restreignant cette indétermination dans une certaine mesure, on arrive à des conditions indiquant d'une manière précise l'étendue du plan dans lequel cette série est convergente. On est, en outre, conduit à des fonctions qui offrent une certaine analogie avec les facteurs des fonctions elliptiques, renfermant chacun une seule variable indépendante, et que Lamé a introduits dans l'Analyse, à l'occasion de la détermination des *températures stationnaires* des points intérieurs d'un corps solide homogène, limité par un ellipsoïde à trois axes inégaux. Comme les fonctions de Lamé, ces polynômes dépendent de deux nombres entiers *essentiellement positifs*, dont l'un l reste toujours inférieur à l'autre u. Enfin ils naissent, les uns et les autres, du développement d'une fonction analogue au potentiel.

» Laissant les indéterminées A, B, C, ..., que nous représenterons par $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_\nu$, complétement arbitraires, nous supposerons que les paramètres a, b, c, ... satisfont aux relations

$$a = a'h_1, \quad b = a'h_2, \quad c = a'h_3, \quad \ldots, \quad l = a'h_\nu,$$

où $h_1, h_2, h_3, \ldots, h_\nu$ sont des constantes. Alors, en supprimant l'accent, l'identité (1) s'écrit

$$(1\ bis)\left\{\begin{aligned}&[1 - 2a(h_1 + h_2 + h_3 + \ldots + h_\nu)x \\ &\quad + a^2(h_1 + h_2 + \ldots + h_\nu)(h_1 A_1^2 + h_2 A_2^2 + \ldots + h_\nu A_\nu^2)]^{-\frac{1}{2}} \\ &\quad = \sum\sum\sum \ldots \frac{a^n h_1^\alpha h_2^\beta \ldots h_\nu^\lambda}{2^n \alpha!\beta!\ldots\lambda!} \frac{d^{\alpha+\beta+\gamma+\ldots+\lambda}(n^2 - A_1^2)^\alpha (x^2 - A_2^2)^\beta \ldots (x^2 - A_\nu^2)^\lambda}{dx^{\alpha+\beta+\gamma+\ldots+\lambda}}.\end{aligned}\right.$$

» Le second membre de cette égalité est convergent tant que l'on a

$$\text{mod.}\ \alpha < \frac{1}{\sqrt{(h_1 + h_2 + h_3 + \ldots + h_\nu)(h_1 A_1^2 + h_2 A_2^2 + h_\nu A_\nu^2)}},$$

inégalité qui offre encore une grande indétermination.

» La différentiation *par rapport à x*, l fois répétée, des deux membres de l'identité (1 *bis*), donne immédiatement

$$\begin{aligned}&[1 + 2a(h_1 + h_2 + \ldots + h_\nu)x \\ &\quad + a^2(h_1 + h_2 + \ldots + h_\nu)(h_1 A_1^2 + h^2 A_2^2 + \ldots + h_\nu A_\nu^2)^{-\frac{2l+1}{2}} \\ &\quad = \sum_{n=0}^{n=\infty} P^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}} a^n,\end{aligned}$$

en posant, pour abréger,

$$\sum\sum\sum\ldots\frac{a^n h_1^\alpha h_2^\beta \ldots h_\nu^\lambda \alpha'!\beta'!\ldots\lambda'!}{2^n 2l!\alpha+\alpha'!\beta+\beta'!\ldots!\lambda+\lambda'!}$$
$$\times\frac{d^{\alpha+2\alpha'+\beta+2\beta'+\ldots}(x^2-A_1^2)^{\alpha+\alpha'}(x^2-A_2^2)^{\beta+\beta'}\ldots(x^2-A_\nu^2)^{\lambda+\lambda'}}{dx^{\alpha+2\alpha'+\beta+2\beta'+\ldots+\lambda+2\lambda'}}=\sum P^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}.$$

» Dans ces expressions, on a

$$\alpha+\beta+\gamma+\ldots+\lambda=n \quad \text{et} \quad \alpha'+\beta'+\gamma'+\ldots+\lambda'=l,$$

en sorte que les 2ν nombres entiers qu'elles renferment, lesquels sont essentiellement positifs, dépendent de deux autres n et l, qui sont les sommes des deux groupes en lesquels ils se trouvent naturellement décomposés.

» Le polynôme $P^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}$ a toujours un nombre limité de termes, donné par le nombre de combinaisons complètes de n objets pris ν à ν; et ces différents termes, tous du degré n, égalés à zéro, donnent lieu à des équations ayant toutes leurs racines réelles, inégales et comprises dans l'intérieur du cercle ayant pour rayon le module du plus grand des paramètres $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_\nu$, qu'il renferme dans son expression.

» Une même fonction $P^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}$ et ses deux premières dérivées satisfont à l'équation différentielle linéaire et du second ordre.

$$(A_1^2+A_2^2+\ldots+A_\nu^2-\nu x^2)y''-2\nu(l+1)xy'+\nu n(n+2l+1)y=0,$$

dont l'intégrale générale est

$$y=MP^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}+NP^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}\int\frac{dx}{P^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}(A_1^2+A_2^2+\ldots+A_\nu^2-\nu x^2)^{l+1}},$$

en désignant par M et N deux constantes arbitraires.

» Trois polynômes consécutifs $P^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}$, dans lesquels l reste constant, satisfont à la relation

$$(2)\left\{\begin{aligned} &nP^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}-(2n+2l-1)(h_1+h_2+\ldots+h_\nu)xP^{(n-1)}_{-\frac{2l+1}{2}}\\ &\qquad+(n+2l-1)(h_1+h_1^2+\ldots+h_\nu)\\ &\qquad+(h_1A_1^2+h_2A_2^2+\ldots+h_\nu A_\nu^2)P^{(n-2)}_{-\frac{2l+1}{2}}=0.\end{aligned}\right.$$

» En désignant par A_i le plus grand des paramètres $A_1, A_2, \ldots, A_\nu$, dans les différents termes des produits respectivement, on a le théorème

$$\int_{-A_i}^{+A_i} P^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}} P^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}} dx = 0,$$

parce que cette intégrale est nulle pour chaque terme du produit pris séparément, tant que m est différent de n. Ce théorème se conclut immédiatement au moyen de l'intégration par parties.

» Au moyen de la relation (2) et du théorème précédent, on obtient sur-le-champ

$$\int_{-A_i}^{+A_i} \left(P^{(n)}_{-\frac{2l+1}{2}}\right)^2 dx = 2 A_i \frac{2l+1}{2n+2l+1} \frac{n+2ln+2l-1\ldots 2l+1}{1.2.3\ldots n} \times (h_1 + h_2 + \ldots + h_\nu)(h_1 A^2 + \ldots + A_\nu A_\nu^2)^n.$$

Dans cette intégrale, le paramètre A_i n'est pas nécessairement la plus grande des constantes $A_1, A_2, \ldots, A_\nu$: c'est l'une quelconque d'entre elles.

» En particulier, pour

$$h_1 = h_2 = 1, \quad h_3 = 0, \quad h_4 = 0, \quad \ldots, \quad h_\nu = 0,$$

et

$$A_1 = 1, \quad A_2 = k < 1,$$

on obtient le développement de la fonction

$$[1 - 4ax + 2a^2(1 + k^2)]^{-\frac{2l+1}{2}}.$$

On arrive ainsi à des résultats compris dans les précédents, et qu'il est inutile de transcrire, mais qui offrent, comme on le voit, une certaine analogie avec les produits de fonctions elliptiques que Lamé a introduits dans la *Théorie analytique de la chaleur*. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sommation de certaines séries.* Note de M. D. André, présentée par M. Hermite.

« Les séries dont nous nous proposons de faire connaître la somme sont les séries entières dont le terme général V_n est donné par la formule

$$V_n = \varphi_n \frac{x^{\alpha n + 6}}{(\alpha n + 6)!},$$

dans laquelle nous désignons par α un entier supérieur à zéro, par β un entier non négatif, mais inférieur à α, et par v_n le terme général d'une série récurrente proprement dite.

» Les séries de cette espèce ne sont point rares dans l'Analyse. Elles s'y présentent notamment comme intégrales des équations différentielles linéaires à coefficients constants sans second membre, et comme multiplicateurs des puissances successives du module dans les développements, suivant ces dernières puissances, soit des fonctions elliptiques, soit des fonctions de M. Weierstrass. Toutes jouissent de cette propriété remarquable que leur somme peut toujours s'exprimer, sous forme finie, à l'aide d'un polynôme entier par rapport à la variable x et à des exponentielles de la forme e^{mx}. Nous avons, par un moyen simple, déterminé l'expression générale de cette somme, et c'est cette expression que nous allons faire connaître.

» Le coefficient v_n étant le terme général d'une série récurrente proprement dite, si nous désignons par r une racine quelconque de l'équation génératrice de cette série, et par ρ le degré de multiplicité de cette racine, nous avons, comme on sait, l'égalité

$$v_n = \Sigma \xi_r(n) r^n,$$

dans laquelle le Σ s'étend à toutes les racines de l'équation génératrice, et où $\xi_r(n)$ représente un polynôme entier en n du degré $\rho - 1$, de sorte que l'on peut écrire

$$\xi_r(n) = \mathrm{P}_{r,0} + \mathrm{P}_{r,1} n + \mathrm{P}_{r,2} n^2 + \ldots + \mathrm{P}_{r,\rho-1} n^{\rho-1}.$$

» Nous supposons cette expression de v_n complétement connue ; en d'autres termes, nous supposons connues toutes les racines de l'équation génératrice, ainsi que leurs degrés respectifs de multiplicité et les polynômes ξ qui leur correspondent : ce sont là nos données.

» Cela posé, si nous désignons par S la somme cherchée de notre série ; par $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_\alpha$ les α racines $\alpha^{\text{ièmes}}$ de r ; que, représentant symboliquement par $\Delta^h(0 - \beta)^{h+\eta}$ l'expression

$$\Delta^h 0^{h+\eta} - \frac{(h+\eta)!}{(h+\eta-1)!\,1!} \beta \Delta^h 0^{h+\eta-1}$$
$$+ \frac{(h+\eta)!}{(h+\eta-2)!\,2!} \beta^2 \Delta^h 0^{h+\eta-2} - \ldots \pm \frac{(h+\eta)!}{h!\,\eta!} \beta^\eta \Delta^h 0^h,$$

nous posions

$$h!\,Q_{r,h} = \Delta^h(0-6)^h \frac{P_{r,h}}{\alpha^h} + \Delta^h(0-6)^{h+1} \frac{P_{r,h+1}}{\alpha^{h+1}}$$
$$+ \Delta^h(0-6)^{h+2} \frac{P_{r,h+2}}{\alpha^{h+2}} + \ldots + \Delta^h(0-6)^{\rho-1} \frac{P_{r,\rho-1}}{\alpha^{\rho-1}},$$

et enfin que nous convenions d'étendre le premier des Σ ci-dessous à toutes les racines de l'équation génératrice, nous avons

$$S = \frac{1}{\alpha} \sum \sum_{0}^{\rho-1}{}_h \sum_{1}^{\alpha}{}_i \frac{x^h Q_{r,h} e^{r_i x}}{r_i^{6-h}}.$$

» Telle est l'expression générale, sous forme finie, de la somme cherchée. On voit facilement qu'elle n'est autre chose, comme nous l'avons annoncé en commençant, qu'un polynôme entier par rapport à la variable x et à des exponentielles de la forme e^{mx} ».

PHYSIQUE. — *Résultats d'expériences faites en divers points de l'Algérie, pour l'emploi industriel de la chaleur solaire;* par M. **Mouchot.**

« J'ai l'honneur de soumettre à l'Académie les résultats que j'ai recueillis en Algérie, depuis un an, relativement aux applications industrielles de la chaleur solaire.

» Mon premier soin a été de rechercher, parmi les métaux usuels, ceux qui pouvaient fournir de bons réflecteurs d'un prix abordable. Après avoir éliminé le fer-blanc, le zinc et le laiton polis, dont l'éclat n'est que passager, le nickel, le maillechort et l'argyrine, qui retiennent une portion de la chaleur incidente, j'ai dû me borner à l'emploi du plaqué d'argent ou du laiton recouvert d'une mince couche d'argent déposée par la galvanoplastie. Ces miroirs offrent l'avantage de réfléchir dans d'excellentes conditions la chaleur solaire, de s'altérer très-peu, moyennant quelques soins de propreté, et d'être d'un prix peu élevé.

» J'ai étudié ensuite, au point de vue des applications, les variations d'intensité de la chaleur solaire pendant le cours d'une même journée. Ces variations sont généralement peu sensibles, par un ciel pur, de 8 heures du matin à 4 heures du soir. L'intensité de la chaleur recueillie est déjà satisfaisante de 6 à 7 heures du matin : elle croît rapidement de 7 à

8 heures, et repasse, dans l'ordre inverse, par les mêmes variations, de 4 à 6 heures du soir.

» Pour déterminer approximativement la quantité de chaleur utilisable d'abord en un même lieu à diverses époques de l'année, puis dans toute l'Algérie, je me suis servi d'un bouilleur solaire, dont, en moyenne, le *rendement*, c'est-à-dire la quantité de chaleur recueillie par minute et par mètre carré, a été, pour Alger, de 7 calories en avril, de 8 en mai, de 8,5 en juin et juillet. Ces nombres ont déjà leur signification, puisque le rendement de 7 calories indique qu'un réflecteur d'un mètre carré ferait bouillir en moins de 12 minutes un litre d'eau à 20 degrés et produirait par heure 778 grammes ou 1322 litres de vapeur à la pression normale. Toutefois, d'après mes expériences de Tours, ces résultats, de même que ceux qui vont suivre, ne seraient que les deux tiers des nombres qu'il est possible d'atteindre avec des récepteurs de plus grandes dimensions.

» J'ai voulu visiter Biskra pendant les chaleurs d'août, parce que cette ville, voisine du désert et du Chellia, le pic le plus élevé d'Algérie, me promettait des expériences comparatives à de grandes différences de niveau. De là, je me suis transporté à Laghouat et à Géryville à l'époque de l'équinoxe, afin de m'y procurer, non pas des nombres extrêmes, mais de simples moyennes. Voici quelques résultats recueillis dans ces excursions :

		h	cal			h	cal
Bou-Arreridj..........	30 juil.	10	8,5	Boghari..............	19 sept.	11	7,1
Sétif.................	1 août	8	7,8	Djelfa...............	20 sept.	3	7,3
»	2 août	7	6	Laghouat............	21 sept.	7	6,2
Constantine...........	3 août	7	6,3	» nuages légers..	22 sept.	9	8,4
» ciel voilé...	»	10	7,4	» » ..	»	10	8
Biskra................	10 août	10	9	Oued Mzy (Djebel-Amour)	26 sept.	12	9,8
» siroco..........	11 août	7	5	Géryville............	4 oct.	8	8,7
» beau soleil.......	13 août	10	9,2	» nuages légers..	»	9	6,7
Tkoud (Djebel-Aurès)...	17 août	12	9,6	» » ..	»	10	8
Chellia (alt. 2328^{m}).....	19 août	11	9,7	Ben Atale............	5 oct.	12	9,4
Batna (chaleur except.)..	22 août	2	9,2	Hauts-plateaux........	6 oct.	10	9,4
Pic de Tougourt (alt. 2100)	23 août	10	9	Tafraoua............	7 oct.	8	7,6
Médéah..............	16 sept.	7	7	Oran................	23 oct.	3	8,1

» Je crois avoir réussi, dans ces excursions, à vulgariser les petits appareils solaires destinés à la cuisson des aliments et du pain, à la distillation des alcools, etc.

» J'aurai l'honneur de présenter prochainement à l'Académie la description du grand récepteur de 25 mètres carrés, qui doit figurer à l'Exposition universelle. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Observations relatives à une Note de MM.* Moitessier *et* R. Engel *sur l'hydrate de chloral ;* par M. L. TROOST.

« MM. Moitessier et R. Engel ont signalé, dans la dernière séance de l'Académie ([1]), des faits qui n'ont aucun rapport avec la question que j'ai discutée, c'est-à-dire avec l'existence de l'hydrate de chloral sous forme gazeuse.

» La vapeur de ce corps existe-t-elle comme composé défini, donnant quelques indices de dissociation, ainsi que je crois l'avoir établi ; ou bien est-elle un mélange pur et simple de chloral anhydre et d'eau entièrement séparés, comme le pense M. Naumann? C'est ce que les expériences de MM. Moitessier et R. Engel ne peuvent nous apprendre.

» De leurs observations, les unes rentrent dans les faits bien connus du retard de l'ébullition des liquides sous la pression atmosphérique, étudiés par M. Dufour, M. Gernez et tant d'autres physiciens.

» Les autres indiqueraient seulement la présence d'une petite quantité de corps de volatilité différente, conformément aux remarques de M. V. Regnault sur la différence entre les deux méthodes statique et dynamique pour déterminer les forces élastiques des vapeurs à saturation (*Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. XXVI, p. 341). Ces effets sont d'autant plus marqués que le composé le plus volatil tend à s'accumuler de préférence dans la vapeur, ce qui détruit l'homogénéité du système. Mais la proportion de ce corps ne se trouve pas là, définie en aucune façon, et j'ai reconnu, dès ma première Communication ([2]), la présence d'une certaine dose de chloral anhydre et d'eau coexistant avec la vapeur d'hydrate de chloral proprement dite.

» Les différences de pression peuvent aussi être attribuées, en partie, à ce que la température d'ébullition, déterminée par la méthode dynamique, est plus élevée que celle qui résulterait de l'emploi de la méthode statique. Des résultats analogues ont été signalés par M. V. Regnault dans son grand

---

([1]) *Comptes rendus*, t. LXXXVI, p. 971.

([2]) *Comptes rendus*, t. LXXXIV, p. 711.

travail sur des substances parfaitement homogènes et définies, telles que l'alcool méthylique (*Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. XXVI, p. 459).

» Les observations de MM. Moitessier et Engel ne fournissent donc aucun argument contre l'existence de l'hydrate de chloral à l'état de *composé défini, gazeux, distinct d'un mélange de ses deux éléments* (*eau et chloral*), existence qui résulte de mes expériences et de celles de M. Berthelot.

» Par suite, toutes les conclusions que j'ai tirées de mes expériences restent intactes : l'équivalent de l'hydrate de chloral correspond bien à 8 volumes. »

CHIMIE. — *De la formation des arséniures métalliques*; par **M. A. Descamps**. (Extrait).

« J'ai essayé de préparer les arséniures métalliques par l'action d'un gaz réducteur, hydrogène, oxyde de carbone ou gaz d'éclairage, sur les arsénites et les arséniates métalliques.

» Des arséniates préparés par double décomposition, dans des liqueurs un peu acides et bouillantes, et soumises à l'action du gaz réducteur dans des tubes de porcelaine, n'ont donné que des résultats imparfaits : les arséniures, formés en petite quantité, constituaient un vernis métallique difficile à retirer de la nacelle.

» Je me suis donc adressé à la réduction des arséniates par le cyanure de potassium, l'un des meilleurs réducteurs d'après Berzélius. Ce sel, chauffé avec un arséniate dans un creuset, le réduit; s'il est en excès, il forme une couche liquide qui préserve le composé de l'action de l'oxygène de l'air, en même temps qu'il permet la volatilisation de l'excès d'arsenic.

» Dans toutes mes expériences, j'ai continué l'action de la chaleur jusqu'à cessation de dégagement de vapeurs. J'étais certain alors de ne trouver au fond du creuset refroidi qu'un composé défini, correspondant à la température de l'expérience. On verra, en effet, que l'arsenic ne forme pas, avec plusieurs métaux, de composés absolument définis, mais de véritables alliages, et que, chauffés pendant un certain temps, à l'abri de l'air, ces arséniures peuvent perdre de l'arsenic et changer de constitution.

» J'ai préparé les arséniures par action directe de l'arsenic métallique sur le métal, dans un courant de l'hydrogène, ou mieux en chauffant dans un creuset le métal et l'arsenic en excès au contact de l'acide borique comme fondant.

» Enfin, pour le cuivre, l'or et l'argent, je suis arrivé à obtenir directement l'arséniure en faisant séjourner de l'arsenic métallique dans le sulfate de cuivre, le sulfate d'argent ou le chlorure d'or en solution [1].

» *Arséniures d'argent* (Ag = 107,9). — Cet arséniure a été préparé par la réduction de l'arséniate d'argent au moyen du cyanure de potassium.

» Il est en culot métallique, blanc, d'une grande dureté, cassant et cristallin à l'intérieur. La densité est de 8,51, et correspond assez exactement à la formule AgAs. Cet arséniure a été obtenu à la température la plus basse possible.

» Refondu dans une couche de cyanure, il perd de l'arsenic et se transforme en un nouvel arséniure, dont la densité est de 9,01.

» Cet arséniure, refondu dans une couche d'acide borique, à une température plus élevée, fournit le composé Ag^3As, dont la densité est de 9,51.

» *Arséniures d'or* (Au = 197). — Le chlorure d'or est assez rapidement réduit par l'arsenic métallique : on obtient un arséniure rouge foncé, contenant environ 911 pour 1000 d'or; cet arséniure correspondrait à la formule Au^3Az, qui exige Au = 0,887.

» Cet arséniure, avec l'excès d'arsenic métallique auquel il est mêlé, a été refondu sous une couche de cyanure de potassium; j'ai obtenu un culot métallique jaune, dont la densité est 16,2. Cet arséniure correspond à la formule Au^4As^3.

» *Arséniures de cuivre* (Cu = 63,5). — L'arséniate de cuivre chauffé dans un creuset avec du cyanure de potassium, à une température suffisante pour fondre le cyanure, donne un culot métallique d'un gris bleuâtre cristallin, très-friable, se rompant en éclats sous le marteau, et dont la densité est 6,94. Il correspond à la formule Cu^3As^2.

» Ce même composé a été obtenu par l'action de l'hydrogène arsenic sur le chlorure et le sulfate de cuivre (Gmelin).

» L'arsenic métallique, mis en présence du sulfate de cuivre en solution aqueuse, donne un dépôt métallique noirâtre d'arséniure de cuivre. En aucun cas je n'ai pu observer, même à la longue, le dépôt de cuivre métallique rouge, comme cela s'observe avec le phosphore. L'arséniure obtenu est débarrassé de l'excès d'arsenic non combiné, en le chauffant dans un creuset sous une couche d'acide borique. Si la température n'est pas trop élevée, on obtient un culot métallique et cristallisé d'arséniure de cuivre, correspondant à la formule Cu^4As^2, dont la densité est 7,76.

» En combinant directement l'arsenic métallique avec le cuivre sous une couche d'acide borique, j'ai obtenu le composé Cu^3As, dont la densité est 7,81. C'est un arséniure cassant, à reflets un peu bleuâtres, s'altérant assez rapidement à l'air et s'irisant à la surface.

» En le refondant, pendant un certain temps, avec l'acide borique, on obtient une masse blanche, gris d'acier, cristallisée et très-cassante, correspondant à la formule Cu^6As. Ce minerai existe dans la nature (Gmelin).

» Je ferai remarquer que les trois composés ont des densités 8,51 — 9,01 — 9,51, qui permettent, aussi bien que les analyses, d'arriver à leur constitution. On peut donc les considérer comme de véritables alliages. »

---

[1] Il se forme de l'arséniure du métal, et plus tard le métal lui-même pourrait se précipiter. Cette réaction est comparable à l'action du phosphore sur le sulfate de cuivre, récemment étudiée par M. Sidot.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du tartrate de chaux naturel dans les tartres bruts.* Note de M. A. SCHEURER-KESTNER, présentée par M. Wurtz.

« L'analyse des tartres et autres substances renfermant de l'acide tartrique a pris, depuis quelques années, une importance d'autant plus grande, que la valeur de ces produits s'est augmentée et que les producteurs de vins, cherchant à tirer parti de substances restées jusque-là sans emploi, ont introduit sur le marché des matières nouvelles, dont la composition, moins simple, exige des moyens d'investigation plus complets.

» Les tartres, lies, etc., se composent essentiellement de bitartrate de potassium, auquel on trouve souvent mélangé du tartrate de calcium. Les autres substances varient beaucoup. Pour doser le bitartrate de potassium, on se sert généralement d'une liqueur alcaline titrée qu'on fait agir sur la dissolution chaude de la substance dans l'eau. Mais il a été reconnu que ce procédé conduit très-souvent à des résultats exagérés. Certains tartres, certaines lies surtout, renferment des substances acides, de la nature des tannins, qui agissent sur le papier tournesol et consomment la liqueur alcaline comme le ferait du bitartrate de potassium. Il est donc indispensable, pour obtenir des résultats exacts, de recourir à la calcination du produit, afin d'y doser le potassium par une liqueur acide titrée.

» Le dosage du tartrate de calcium se fait très-souvent en précipitant le tartre dissous dans l'acide chlorhydrique par la soude ou la potasse caustique. Ce procédé donne des résultats satisfaisants, lorsque la substance tartrique à essayer est exempte de sulfate de calcium. Dans le cas contraire, les nombres obtenus sont toujours erronés, et l'erreur est en proportion de la quantité de plâtre contenue dans la liqueur. C'est une réaction connue, mais dont les chimistes, chargés de faire l'essai de substances tartriques, ne tiennent pas toujours compte.

» Il est connu, en effet, que le sulfate de calcium, mis en présence d'une dissolution de tartrate neutre alcalin, se transforme en tartrate neutre de calcium, tandis que la base alcaline s'unit à l'acide sulfurique. La réaction est si nette que, dans certaines usines, on s'en sert pour préparer le tartrate de calcium destiné à être transformé en acide tartrique. Or, au moment où l'on neutralise la dissolution chlorhydrique du tartre pour en précipiter le tartrate de calcium, on se trouve précisément dans les conditions favorables à la formation de ce corps aux dépens du sulfate de calcium; et s'il existe, comme il arrive souvent, du plâtre dans la disso-

lution, la quantité de tartrate de calcium obtenue ne représente nullement le tartrate de calcium naturel, mais est augmentée dans des proportions équivalentes.

» Quelques auteurs ont recommandé, pour doser le tartrate de calcium, le procédé suivant : calcination de la substance tartrique à analyser; les tartrates et bitartrates se transforment en carbonates; on dissout dans l'eau le carbonate potassique et sa titration donne par le calcul le bitartrate préexistant; le carbonate de calcium resté sur le filtre donne, par sa titration, la valeur du tartrate de calcium préexistant. Mais ce procédé, exact lorsque les tartres sont exempts de plâtre, est défectueux s'ils renferment du sulfate de calcium; car ce sel est décomposé par le carbonate de potassium, au moment de sa dissolution.

» La présence du plâtre dans les tartres étant fréquente, il faut, pour connaître leur valeur en acide tartrique, recourir à des procédés de dosage indépendants de l'influence du sulfate de calcium. Il est impossible, pour les raisons données plus haut, de doser avec quelque exactitude les proportions relatives des deux tartrates, en présence du sulfate de calcium. La seule ressource à employer consiste à doser l'acide tartrique total, en transformant en sel calcaire tout l'acide tartrique renfermé dans les tartres. C'est le seul procédé qui jusqu'ici ait permis d'obtenir des résultats dignes de confiance.

» Pour procéder à cet essai, on dissout le tartre ou la substance tartrique dans l'acide chlorhydrique. La dissolution, filtrée, est saturée par une dissolution de soude caustique, puis précipitée par le chlorure de calcium. Tout l'acide tartrique se précipite à l'état de tartrate de calcium. Le précipité lavé est calciné et le carbonate de calcium obtenu est titré par les procédés ordinaires.

» Si la crème de tartre a pu être préalablement dosée par une liqueur alcaline titrée, il est facile, au moyen de ces deux données, de déterminer les quantités respectives de bitartrate de potassium et de tartrate de calcium qui se trouvaient dans la matière essayée; mais cela n'est possible que lorsque la crème de tartre est exempte d'autres produits acides. Pour vérifier l'exactitude de la méthode, on a dosé le tartrate de calcium contenu dans un mélange formé de matières pures. On a obtenu ainsi :

	Calculé.	Trouvé. I.	Trouvé. II.
Tartrate de calcium, total.........	128,2	128,5	127,5

» Le mélange renfermait 8,7 de bitartrate de potassium, 7,4 pour 100 de tartrate de calcium et 2 pour 100 de sulfate de calcium. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide méthyloxybutyrique normal et ses dérivés.* Note de M. E. **Duvillier**, présentée par M. Wurtz.

« Dans une précédente Communication, j'ai eu l'honneur d'entretenir l'Académie de mes recherches sur l'acide éthyloxybutyrique normal et ses dérivés [1]; il était à présumer qu'en opérant dans les mêmes conditions on obtiendrait l'acide méthyloxybutyrique normal, comme l'indique la formule suivante :

$$CH^3 - CH^2 - CH.\,Br - CO, OC^2H^5 + C^2H^5, ONa$$
$$= CH^3 - CH^2 - CH, OCH^3 - CO, OC^2H^5 + NaBr.$$

» A cet effet, on fait réagir le bromobutyrate d'éthyle normal sur du méthylate de sodium en solution dans l'esprit-de-bois et l'on termine la réaction à l'aide d'une douce chaleur. Puis on chasse l'esprit-de-bois et l'on traite par l'eau; il se sépare un corps plus léger que ce liquide qui, après dessiccation, distille en majeure partie entre 150 et 155 degrés. On obtient ainsi un liquide mobile à peine soluble dans l'eau, soluble en toutes proportions dans l'esprit-de-bois, l'alcool et l'éther et dont l'odeur n'est pas désagréable. Cet éther a donné à l'analyse les résultats suivants :

	Calculé	Trouvé.		
	$CH^3 - CH^2 - CH, OCH^3 - CO, OC^2H^5$.	I.	II.	III.
C........	57,53	55,36	55,37	55,42
H........	9,59	9,75	9,59	9,76

» On voit, d'après ces analyses, que le corps trouvé n'est pas du méthyloxybutyrate d'éthyle pur; mais, la réaction s'étant produite dans de l'esprit-de-bois en ébullition, l'alcool méthylique a dû nécessairement réagir sur une portion de l'éther formé pour donner naissance à du méthyloxybutyrate de méthyle, d'après la formule suivante :

$$CH^3 - CH^2 - CH.\,OCH^3 - CO.\,OC^2H^5 + CH^3.\,OH$$
$$= CH^3 - CH^2 - CH.\,OCH^3 - CO.\,OCH^3 + C^2H^5.\,OH.$$

[1] *Comptes rendus*, t. LXXXVI, p. 47; 1878.

» En effet, la composition de l'éther obtenu est intermédiaire entre celle du méthyloxybutyrate d'éthyle et du méthyloxybutyrate de méthyle ; il doit donc être formé par un mélange de ces deux corps. S'il en est réellement ainsi, en saponifiant l'éther obtenu, on doit obtenir de l'acide méthyloxybutyrique.

» Pour s'en assurer, le produit obtenu fut saponifié par une solution alcoolique de potasse, l'alcool évaporé, la liqueur neutralisée exactement par de l'acide sulfurique faible, puis additionnée de sulfate de zinc en excès, évaporée à siccité et traitée par l'alcool absolu bouillant, dans lequel les sulfates de potasse et de zinc sont insolubles. Par évaporation de la liqueur alcoolique, on obtient un sel incristallisable, ayant un aspect résineux, transparent, soluble dans l'eau, l'alcool et l'éther et ayant toutes les propriétés de l'éthyloxybutyrate de zinc, que j'ai décrit précédemment. Ce sel fut dissous dans l'eau, décomposé par l'hydrogène sulfuré, et la liqueur séparée du sulfure de zinc fut agitée avec de l'éther. Par la distillation de l'éther, on obtient un liquide légèrement huileux, soluble dans l'eau, l'alcool et l'éther, ayant une saveur acide et douce, une forte réaction acide et répondant à la formule de l'acide méthyloxybutyrique normal

$$CH^3 - CH^2 - CH.OCH^3 - CO.OH,$$

comme le montre son analyse :

	Calculé $C^5H^{10}O^3$.	Trouvé. I.	Trouvé. II.
C.......	50,84	50,51	50,91
H.......	8,47	8,99	8,91

» Par conséquent, le corps obtenu dans l'action du bromobutyrate d'éthyle normal sur le méthylate de sodium est bien un éther de l'acide méthyloxybutyrique, qui ne peut être que du méthyloxybutyrate d'éthyle renfermant une certaine quantité de méthyloxybutyrate de méthyle, lequel a pris naissance par l'action de l'esprit-de-bois sur le méthyloxybutyrate d'éthyle formé.

» Cette décomposition d'un éther par un alcool n'est pas un fait isolé : MM. Friedel et Crafts l'ont observé dans la préparation de l'éther silicique triéthylique mono-amylique; ils l'ont immédiatement généralisé et ils ont montré que la décomposition d'un éther par un alcool était due à une action de masse [1].

---

[1] *Répertoire de Chimie pure*, t. V, p. 597; 1863.

» En traitant l'acide méthyloxybutyrique par la baryte caustique, on obtient le méthyloxybutyrate de baryte, sel incristallisable, soluble dans l'eau et l'alcool. Séché à 120 degrés, il prend une structure cristalline rayonnée. A l'analyse, il répond à la composition du méthyloxybutyrate de baryum, qui a pour formule

$$(CH^3 - CH^2 - CH.OCH^3 - CO.O)^2 Ba.$$

» A l'aide de ce sel j'ai obtenu, par double décomposition avec les sulfates solubles, les principaux méthyloxybutyrates.

» Tous les méthyloxybutyrates sont très-solubles dans l'eau et l'alcool; ils sont incristallisables et offrent la plus grande ressemblance avec les éthyloxybutyrates.

» Ces recherches ont été faites dans le laboratoire de Chimie de la Faculté des Sciences de Lille; je les continue et j'espère pouvoir entretenir très-prochainement l'Académie de la suite de ce travail. »

MINÉRALOGIE. — *Sur un nouveau minéral découvert par M. Lettsom.* Note de M. **Lecoq de Boisbaudran**, présentée par M. Des Cloizeaux.

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie, de la part de M. Lettsom, savant minéralogiste anglais, un échantillon d'un minéral qui avait figuré à tort dans les collections (Oxford) depuis plus de cinquante ans sous le nom de *blende du Cornwall.* C'est en réunissant, pour me l'envoyer à Cognac, une collection de blendes anglaises destinées à la recherche du gallium, que M. Lettsom a eu l'idée d'examiner directement certains échantillons d'aspect singulier au moyen du spectroscope, instrument qui lui est familier; il a de cette façon reconnu que l'un d'eux produit les bandes d'absorption caractéristiques du didyme et de l'erbium. L'analyse chimique a démontré que la soi-disant blende ne contient ni soufre ni zinc, mais se compose essentiellement de phosphate de didyme, d'erbium, etc.

» M. Lettsom nomme cette espèce *rhabdophane,* afin de rappeler les bandes spectrales qui ont, pour la première fois, permis de découvrir un nouveau minéral par l'inspection directe au spectroscope.

» La rhabdophane est actuellement très-rare, car M. Lettsom m'écrit qu'il en existe seulement deux autres échantillons à Oxford et qu'on a perdu l'indication exacte de la mine et de la localité où cette substance

a été trouvée. On sait seulement que les échantillons ont été recueillis dans le Cornwall avant 1820. N'y aurait-il pas intérêt à chercher la rhabdophane dans nos grandes collections du Muséum et de l'École des Mines? Je crois que l'Académie répondrait au vœu de M. Lettsom en décidant que son intéressant échantillon de rhabdophane sera déposé dans les galeries du Muséum.

» Il n'est peut-être pas inutile de rappeler que la monazite donne directement au spectroscope les raies du didyme, ce qui ferait supposer que la rhabdophane pourrait être une monazite fibro-mamelonnée. »

ZOOLOGIE. — *Observations sur les affinités zoologiques du genre* Mesites; par M. **Alph. Milne-Edwards**. (Extrait.)

« En 1838, I. Geoffroy Saint-Hilaire fit connaître un oiseau de Madagascar fort remarquable par ses caractères extérieurs, et il lui donna le nom de *Mesites variegatus*. Malheureusement le savant professeur du Muséum n'avait pu étudier que la nature ou la couleur du plumage, la conformation du bec et des pattes et les proportions générales de cet oiseau; aussi ses hésitations furent-elles grandes quand il dut fixer la place occupée par le *Mesites* dans la série ornithologique. « En résumé, dit-il..., la Mésite variée se rapproche » des Héliornes par sa tête, des Pénélopes et des Catracas par son corps, » notamment par ses ailes, des Pigeons par ses pieds. » Quelques années après, M. Desmurs décrivit, sous le nom de *Mesites unicolor*, un autre oiseau un peu différent du précédent, mais il ne chercha pas à établir quels étaient les liens de parenté zoologique de ce genre. G.-R. Gray, dans un travail d'ensemble, intitulé: *Genera of Birds*, n'adopta pas complétement les vues de Geoffroy, et il rangea les *Mesites* dans la famille des *Megapodidæ*, à la suite des *Leipoa*. Cette opinion fut suivie par le prince Ch. Bonaparte, par Reichenbach, puis par Hartlaub; mais bientôt les naturalistes modifièrent cette manière de voir et G.-R. Gray, dans le catalogue des oiseaux du Musée britannique, place les *Mesites* parmi les Passereaux, dans une section de la famille des *Eupetidæ*. Sundevall reconnaît l'exactitude de ce rapprochement, et Hartlaub, dans le dernier travail qu'il a publié sur les oiseaux de Madagascar, inscrit les *Mesites* à la suite des *Motacillidæ*, dans la tribu des Dentirostres.

» Toutes ces recherches avaient eu pour base les deux exemplaires décrits par I. Geoffroy et par M. Desmurs, appartenant au Muséum de

Paris et qui seuls représentaient ce type si singulier; M. A. Grandidier a reçu récemment de Tamatave deux *Mesites* conservés dans l'esprit-de-vin et il a bien voulu me les remettre pour en étudier l'organisation. Les investigations auxquelles je me suis livré ajoutent beaucoup de faits nouveaux à ceux déjà connus et montrent que tous les auteurs s'étaient mépris sur la place que le genre *Mesites* doit occuper parmi les oiseaux; on trouvera là une nouvelle preuve du peu de valeur que l'on doit attacher en ornithologie aux particularités extérieures.

» Les *Mesites* ne sont pas des Gallinacés ou des Pigeons, comme le pensaient I. Geoffroy et le prince Ch. Bonaparte; ce ne sont pas des Passereaux, ainsi que le supposaient Gray, Sundevall et Hartlaub : ils doivent prendre place dans le groupe des Échassiers, où ils forment une famille voisine de celle des Râles et de celle des Hérons. Je ne puis insister sur la conformation des différentes parties du squelette et du système musculaire. Ces détails seront développés dans un Mémoire spécial, et je me bornerai à noter ici que l'appareil sterno-claviculaire est remarquable et n'indique qu'une très-faible puissance de vol; ses caractères sont tout à fait particuliers, bien qu'ils rappellent un peu ceux de certains Râles. Le bréchet est peu saillant, et son angle antérieur se trouve reculé jusque vers le milieu du sternum; les lames latérales sont très-réduites et entamées de chaque côté par une échancrure profonde du bord postérieur. L'apophyse épisternale, très-forte, très-longue, carénée en dessous, se bifurque à son sommet pour fournir des points d'attache aux ligaments de l'épaule. *Il n'y a aucune trace d'os furculaire*, il n'y a même pas de stylet osseux comparable à celui qui existe chez certains Rapaces nocturnes, chez divers Perroquets et chez plusieurs Colombes. Les ailes, très-courtes, ne peuvent permettre aux *Mesites* de se maintenir longtemps dans les airs.

» Autant le sternum est faible et étroit, autant le bassin est large; on y remarque quelques-uns des caractères propres aux *Eurypyga* et aux *Rallidæ*. Les pattes sont fortes et les doigts sont conformés, comme ceux des Blongios et de quelques autres Hérons, de manière à pouvoir saisir les roseaux et les tiges verticales.

» Les muscles ressemblent beaucoup à ceux des Rallides; de même que chez ces derniers, on y trouve un fémoro-caudal et son accessoire, un demi-tendineux et son accessoire et un accessoire iliaque du fléchisseur perforé des doigts, qui, partant de l'apophyse iléo-pectinée, chemine en dedans de la cuisse, contourne la rotule et va s'insérer sur le fléchisseur superficiel des doigts; ce dernier faisceau manque chez les Ardéides et chez

les Passereaux. Il existe deux carotides comme dans le groupe des Râles et des Hérons, tandis que les Passereaux ne possèdent qu'une carotide gauche.

» Les *Mesites* sont aussi remarquables par l'existence de cinq paires de plaques duveteuses, cachées sous les plumes et occupant, sur la face dorsale du corps, la région scapulaire et la région iliaque, et sur la face ventrale, les régions pectorale, costale et abdominale. Les Hérons présentent des plaques de même nature, mais disposées d'une manière différente. L'attention des naturalistes avait déjà été appelée sur ces particularités par M. E. Bartlett.

» Enfin j'ajouterai que les différences de forme et de coloration qui avaient paru suffisantes à M. Desmurs pour distinguer le *Mesites unicolor* du *Mesites variegatus* me paraissent dues au sexe ; en effet, le *Mesites* femelle que nous possédons est exactement semblable à l'Unicolore et le mâle a tous les caractères de celui qui a été décrit par I. Geoffroy sous le nom de *varié*. »

PALÉONTOLOGIE. — *Sur un grand Reptile fossile* (*l'*Eurysaurus Raincourti). Note de M. A. GAUDRY.

« M. le marquis de Raincourt vient de me communiquer les débris d'un énorme Reptile qui a été trouvé dans l'étage de l'oolithe inférieure. Il paraît appartenir à un genre nouveau ; je propose de l'inscrire sous le nom d'*Eurysaurus* (1) *Raincourti*.

» L'extraction de ce fossile remonte à 1861. Il fut alors découvert par des ouvriers qui exploitaient le calcaire à entroques, dans une carrière à 5 kilomètres de Vesoul, sur le territoire d'Echenoz-la-Méline, dont les grottes à ossements ont depuis longtemps attiré l'attention des naturalistes. Un heureux hasard voulut qu'un médecin de Vesoul, M. le Dr Gevrey, passât près de cette carrière au moment où l'on venait de mettre à jour la grande bête d'Echenoz ; de nombreuses pièces avaient déjà été détruites. M. Gevrey estima, d'après les indications des ouvriers, que la surface occupée par les os avait environ 5 mètres de long. Il rapporta à Vesoul plusieurs blocs. Pendant dix-sept ans ils ont été oubliés. Cette année, M. le marquis de Raincourt, les ayant aperçus chez M. Gevrey, a compris tout leur intérêt et a

(1) Εὐρύς, large; σαῦρος, lézard; parce que cet animal devait avoir une tête et un corps très-larges.

obtenu la permission d'emporter un morceau de tête; bientôt après, le fils de ce savant géologue, M. le comte de Raincourt, s'est rendu à Vesoul et a rapporté à Paris tous les morceaux; ils ont été donnés à l'Université catholique; M. le professeur de Lapparent les a mis avec beaucoup de bienveillance à ma disposition.

» L'*Eurysaurus* avait une large gueule, arrondie en avant; de grosses dents sortant en dehors de chaque côté devaient lui donner un aspect étrange. La disposition très-inclinée des alvéoles des dents est en rapport avec un grand aplatissement du crâne; la coupe du museau, prise en arrière, ne donne que $0^m,10$ de haut (sans la mâchoire inférieure) sur $0^m,27$ de large; si des dents aussi fortes que celles de l'*Eurysaurus* avaient été verticales, elles n'auraient pu s'insérer dans des mâchoires relativement aussi peu élevées. Les dents avaient une insertion nettement thécodonte; elles étaient coniques, très-grosses, formées de cornets s'emboîtant les uns dans les autres; elles ont été brisées au niveau des gencives; ce qui reste de leur couronne indique qu'elles ne portaient que de faibles stries. Les mandibules étaient extrêmement épaisses; leur symphyse était très-courte; les dents inférieures alternaient avec les supérieures. Le museau est contracté dans la partie où les maxillaires se soudent aux intermaxillaires? Bien qu'il soit conservé jusqu'à $0^m,30$ de distance du bord antérieur, on ne voit pas de trace de narines; elles devaient être situées très en arrière. Un des morceaux rapportés par M. de Raincourt contient des restes de cinq vertèbres cervicales en connexion; leur centrum est étroit et présente la particularité d'avoir sa face postérieure un peu convexe. Plusieurs blocs renferment des côtes qui semblent être restées dans leur place naturelle. Elles sont très-peu courbées; on en voit qui sont à peine arquées sur une longueur de $0^m,45$: cela annonce un corps fort large.

La position reculée des narines ne permet pas de ranger l'*Eurysaurus* parmi les crocodiliens. C'est sans doute auprès des Plésiosauriens qu'il faut le classer. Néanmoins ce n'est pas un vrai *Plesiosaurus*, car un animal qui avait une tête si lourde et de si grosses dents ne pouvait pas avoir un cou d'une extrême longueur; ses vertèbres cervicales diffèrent de celles des *Plesiosaurus*, parce qu'elles sont plus étroites et convexes en arrière; probablement elles étaient bien moins nombreuses. Le *Nothosaurus* et le *Simosaurus* du muschelkalk se rapprochent un peu de la bête d'Echenoz par la forme arrondie du devant de leur museau, mais leurs narines sont placées plus en avant. Le *Pliosaurus*, par sa taille gigantesque et ses formes lourdes, avait quelque rapport avec l'*Eurysaurus*; mais, si l'on regarde les figures

qui ont été présentées par M. Owen, M. John Phillips et surtout celles qui ont été données par M. Paul Fischer, d'après les belles pièces de la collection du Muséum de Paris, on verra que la forme si allongée du museau du *Pliosaurus* n'a rien de commun avec la gueule de l'*Eurysaurus,* dont les incisives sont rangées en demi-cercle. »

M. J. Farkas adresse une Note relative à l'équation $x^n + ax = C$.

M. Fano adresse une Note relative à un ophthalmoscope, auquel il donne le nom de « photomégascope ».

M. A. Lemp adresse une Note relative à une disposition employée par lui pour la conservation des vins en fûts, disposition à laquelle il donne le nom de « carafe Lemp ».

La séance est levée à 5 heures. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 8 avril 1878.

Essai sur les cochenilles ou gallinsectes (Homoptères-coccides); *par* V. Signoret. Paris, F. Malteste, 1877; 1 vol. in-8° relié.

Revue iconographique des Tettigonides; par M. V. Signoret. Sans lieu ni date; in-8° relié. (Extrait des *Annales de la Société entomologique de France.*)

Végétaux silicifiés d'Autun et de Saint-Étienne. Nouvelles recherches sur la structure des Sphenophyllum *et sur leurs affinités botaniques; par* M. B. Renault. Paris, impr. Martinet, sans date; br. in-8°. (Extrait des *Annales des Sciences naturelles*).

Sur la découverte d'un Orthoptère coureur de la famille des Phasmiens, dans les terrains supra-houillers de Commentry (Allier) (Protophasma Dumasii); *par* M. Ch. Brongniart. Bruxelles, impr. de Weissembruch, 1878; in-8°. (Extrait des *Comptes rendus de l'Association entomologique de Bruxelles.*)

Bulletin international de l'Observatoire de Paris, nos 88 à 94 (du 29 mars au 4 avril 1878), autographié.

Des propriétés mécaniques des vapeurs; 5e Mémoire : *Analyse des expériences faites par M. Regnault sur les tensions de la vapeur d'eau; par* CH. ANTOINE. Brest, 1878; gr. in-8° autographié. (2 exemplaires.)

Étude sur la choroïdite antérieure; par H. COURSSERAND. Paris, A. Coccoz, 1877; br. in-8°.

Réflexions sur l'opération de la cataracte chez les diabétiques; par le Dr H. COURSSERAND. Paris, Delahaye, 1878; br. in-8°.

Observation de zona ophthalmique traumatique; par le Dr H. COURSSERAND. Paris, Delahaye, 1878; opuscule in-8°.

Notions nouvelles d'Hydraulique, concernant principalement les tuyaux de conduite, les canaux et les rivières, etc.; par P. BOILEAU; 1er fascicule. Cherbourg, imp. Bedelfontaine, 1878; in-8°.

Annales des Ponts et Chaussées. Mémoires et documents personnels; mars 1878. Paris, Dunod, 1878; 2 liv. in-8°.

Publications of the Egyptian general Staff. General report on the province of Kordofan submitted to general C.-P. Stone; by major H.-G. PROUT. Cairo, printing office of the general Staff, 1877; in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey, au nom de M. de Lesseps.)

The pharmaceutical journal and transactions; January, february, march 1878. London, Churchill, 1878; 3 liv. in-8°.

Transactions of the national Association for the promotion of social Science. Aberdeen meeting, 1877. London, Longmans, 1878; in-8° relié.

Results of astronomical observations made at the royal Observatory Cape of Good-Hope during the years 1871, 1872 *et* 1873, *under the direction of E.-J. Stone.* Cape Town, Paul Salomon, 1876; in-8° relié.

A Manual of practical hygiene; by E.-A. PARKES, edited by. F. S. R. FR. DE CHAUMONT; fifth edition. London, Churchill, 1878; in-8° relié. (Présenté par M. le baron Larrey.)

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 15 AVRIL 1878.

L'espèce humaine; par A. DE QUATREFAGES; 4e édition. Paris, Germer-Baillière, 1878; in-8° relié.

De l'alimentation des chevaux dans les grandes écuries industrielles. Cinq ans d'expériences sur une cavalerie de 10000 *chevaux. Rapport adressé au Conseil d'administration de la Compagnie générale des voitures à Paris; par* M. Bixio. Paris, Librairie agricole, 1878; in-8°. (Présenté par M. H. Mangon.)

Des travaux de terrassement relatifs aux chemins de fer et aux routes; par Wilhelm Heyne (ouvrage traduit sous la direction de M. Resal, membre de l'Institut). Paris, Dunod, 1878; in-8° relié.

Carte de France dressée au Dépôt des Fortifications. Toulouse, Montpellier, feuille XI. Paris, Ehrard, sans date; deux feuilles grand aigle.

Etudes sur l'Exposition de 1878, publiées par les rédacteurs des *Annales du génie civil*, sous la direction de E. Lacroix; fascicules 1 et 2. Paris, Lacroix, 1878; 2 liv. in-8°.

Anomalies végétales; par M. D. Clos. Montpellier, typog. Boehm, 1877; br. in-8°.

OEuvre du refuge de Paris; 1re année, 1876. Paris, n° 80, rue de Picpus, sans date; br. in-8°.

Bullettino meteorologico del reale Osservatorio di Palermo; anno XII, vol. XII, 1876. Palermo, tipog. Lao, 1878; in-4°.

Relazione su alcune esperienze telefoniche del prof. F. Rossetti. Venezia, tip. Antonelli, 1878; br. in-8°.

Sulla temperatura del Sole. Indagini sperimentali del prof. F. Rossetti. Sans lieu ni date; br. in-4°.

Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani; disp. 3a, marzo 1878. Palermo, tipog. Lao, 1878; in-4°.

Verhandelingen van het Bataviaasch genootschap van Kunsten en Wetenschappen; deel XXXIX, 1e Stuk. Batavia, W. Bruining, 1877; in-8°.

Publication des Königl. preuss. geodätischen Instituts. Das rheinische Dreiecksnetz; II Heft : *Die richtungs Beobachtungen.* Berlin, 1878; in-4°.

Astronomical and magnetical and meteorological observations made at the royal Observatory Greenwich, in the year 1874. London, printed by G. Edward Eyre and W. Spottiswoode, 1876; in-4° cartonné.

ERRATA.

(Séance du 15 avril 1878.)

Page 911, ligne 7, *au lieu de* $2y$, *lisez* y.

» ligne 17, *au lieu de* seconde, *lisez* troisième.

» ligne 8 en remontant, *au lieu de* 1837,6, *lisez* 1838,3.

» dernière colonne, au bas de la page,

au lieu de	+ 0,9	*lisez*	+ 0,9
»	+ 1,1	»	+ 1,1
»	+ 0,8	»	+ 1,8
»	+ 0,4	»	+ 0,7
»	0	»	— 0,3
»	— 0,9	»	— 0,9
»	— 0,7	»	— 1,0
»	— 0,9	»	— 0,9
»	— 1,4	»	— 1,4

Page 914, ligne 15, *au lieu de* x, *lisez* $x + z$.

» ligne 22, *au lieu de* en, *lisez* entre.

» ligne 23, *au lieu de* 37,0, *lisez* — 37,0.

» dernière ligne, deuxième colonne, *au lieu de* 0,1, *lisez* 0.

Pages 914 et 915, dernière colonne, C — O, ($y = 11,11$),

au lieu de	— 3,0	*lisez*	— 3,8
»	...	»	...
»	...	»	...
»	— 1,5	»	— 1,4
»	— 0,6	»	— 1,8
»	— 0,9	»	+ 0,1
»	0	»	+ 1,3
»	— 0,3	»	+ 0,5
»	+ 0,6	»	+ 1,4
»	+ 0,4	»	— 0,3
»	+ 1,2	»	+ 1,4
»	+ 0,9	»	+ 0,4
»	+ 1,4	»	+ 1,5
»	+ 1,5	»	+ 0,8

Page 915, ligne 10, troisième colonne (calcul), *au lieu de* 42,6, *lisez* 42,1.

Page 915, ligne 17 en remontant, *au lieu de* 1838,8 *et de* + 1,6, *lisez* 1839,0 *et* + 1,8.

Page 916, ligne 14, *au lieu de* pour 1877, *lisez* pour 1878.